

LEOMEGA



# 1. ПРОПОРЦИОНАЛНИ ОТСЕЧКИ

## 1.1. РАЗМЕР МЕГУ ДВА БРОЈА. РАЗМЕР МЕГУ ДВЕ ОТСЕЧКИ

Размер или однос на бројот  $a$  и бројот  $b$  ( $b \neq 0$ ), е количникот на  $a$  и  $b$ , т.е.

$$a:b \text{ или } \frac{a}{b},$$

при што  $a$  се вика прв, а  $b$  – втор член на размерот.

Размерот  $a:b$  е број што се добива со извршување на делењето на  $a$  со  $b$ , кој се означува, најчесто, со  $k$  и се вика вредност на размерот  $a:b$ .

Размерот  $b:a$  е обрачен размер на размерот  $a:b$ .

Ако  $a:b = k$  и  $c:d = k$ , тогаш размерите  $a:b$  и  $c:d$  се еднакви.

Од  $a:b$  и  $b:c$  се добива размерот  $a:b:c$  кој се вика продолжен размер.

1. Запиши го размерот  $a:b$  и пресметај ја неговата вредност ако:

а)  $a = 21, b = 7$ ;      б)  $a = 3,6, b = 0,9$ ;      в)  $a = 2\frac{2}{3}, b = 5\frac{1}{3}$ .

2. Пресметај ја вредноста на размерот:

а)  $4,5:15$ ;      б)  $2,6:0,5$ ;      в)  $\frac{9}{2}:2\frac{1}{4}$ .

3. Одреди ја вредноста на размерот:

а)  $6,4 \text{ dm} : 8 \text{ cm}$ ;      б)  $12 \text{ cm} : 4 \text{ dm}$ ;      в)  $0,2 \text{ km} : 5 \text{ m}$ .

4. Која е вредноста на размерот:

а) 2 часа 45 мин : 15 мин;      б)  $6 \text{ km } 32 \text{ m} : 8 \text{ m}$ ;  
в)  $4 \text{ l} : 2 \text{ hl}$ ;      г)  $3 \text{ t } 75 \text{ kg} : 25 \text{ kg}$ ;  
д)  $3 \text{ ha} : 250 \text{ m}^2$ ;      е)  $3^\circ 12' : 30'$ .

5. Кој од следниве количници е размер:

а)  $7:9$ ;      б)  $1\frac{1}{3}:\frac{3}{7} \text{ dm}$ ;      в)  $9 \text{ m} : 5 \text{ km}$ ;      г)  $2,4 \text{ dm} : \frac{1}{2} \text{ gr}$ ?

6. Одреди кој размер е поголем од 1, а кој помал од 1:

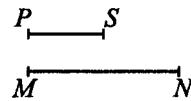
а)  $3\frac{3}{20} : 3\frac{2}{3}$ ;      б)  $\frac{5}{6} : \frac{19}{25}$ ;      в)  $4 \text{ kg } 65 \text{ g} : 475 \text{ g}$ .

7. Дадени се три колинеарни точки  $A, B$  и  $C$ , при што точката  $C$  е внатрешна точка. Ако  $\overline{AB} = 24 \text{ cm}$ ,  $\overline{AC} = 18 \text{ cm}$ , запиши го размерот:

а)  $\overline{AB} : \overline{BC}$ ;      б)  $\overline{BC} : \overline{CB}$ ;      в)  $\overline{CB} : \overline{AC}$ ;

8. На црт. 1 се дадени отсечките  $AB, CD, PS$  и  $MN$ . Измери ја нивната должина со иста мерна единица и одреди ги размерите:

а)  $\overline{AB} : \overline{CD}$ ;      б)  $\overline{CD} : \overline{AB}$ ;      в)  $\overline{MN} : \overline{PS}$ ;      г)  $\overline{PS} : \overline{MN}$ .



Цртеж 1

9. Нацртај отсечки  $PQ$  и  $RS$ , така што вредноста на размерот  $\overline{PQ} : \overline{RS}$  да биде:  
а) 2;      б)  $1/3$ ;      в) 0,5.
10. Пресметај го непознатиот член во размерот:  
а)  $a : 7 = 5$ ;      б)  $x : 2\frac{1}{7} = 3,5$ ;      в)  $5\frac{1}{4} : x = 1\frac{1}{6}$ .
11. Одреди го непознатиот член во размерот:  
а)  $x : 4 \text{ cm} = 5$ ;      б)  $121 \text{ dm} : y = 11$ ;      в)  $x : 0,06 \text{ km} = 0,4$ .
12. Напиши размер, обратен на размерот:  
а)  $8 : 4$ ;      б)  $1 : 3,5$ ;      в)  $\frac{3}{4} : 1\frac{5}{6}$ ;      г)  $x : y$ .
13. Кои од дадениве размери се еднакви меѓу себе:  
а)  $15 : 3$ ;      б)  $4,2 : 0,7$ ;      в)  $3 \text{ dm} : 5 \text{ cm}$ ;      г)  $12 \text{ kg} : 40 \text{ kg}$ ?
14. Состави еднакви размери од следниве отсечки:  
 $a = 18 \text{ cm}$ ,  $b = 27 \text{ cm}$ ,  $c = 24 \text{ cm}$ ,  $d = 36 \text{ cm}$ .
15. Напиши три размери, еднакви на размерот  $6 : 10$ .
16. Запиши ги членовите на размерот со заемно прости природни броеви:  
а)  $0,6 : 0,25$ ;      б)  $0,024 : 0,12$ ;      в)  $12 : 1\frac{1}{3}$ ;      г)  $\frac{5}{6} : 2\frac{1}{2}$ .
17. Упрости ги размерите:  
а)  $96 : 144$ ;      б)  $13,25 : 5,45$ ;      в)  $26 \text{ kg} : 52 \text{ kg}$ ;      г)  $1,87 l : 3,3 l$ .
18. Напиши продолжен размер од следниве размери:  
а)  $3 : 10$  и  $10 : 7$ ;      б)  $12 : 1\frac{1}{3}$  и  $1\frac{1}{3} : 13$ ;  
в)  $2 : 3$  и  $6 : 5$ ;      г)  $x : 3y$  и  $2y : z$ .
19. Даден е продолжениот размер  $3 : 4 : 5$ . Запиши ги сите двочлени размери.
20. Точкија  $M$  ја дели отсечката  $PS$  во однос  $\overline{PM} : \overline{MS} = 1 : 2$ . Одреди го односот на  $\overline{PM} : \overline{PS}$  и  $\overline{PS} : \overline{MS}$ .

- 21.\* Точкиата  $S$  ја дели отсечката  $AB$  во однос  $m:n$ . Одреди ги односите:  $\overline{AS}:\overline{AB}$  и  $\overline{SB}:\overline{AB}$ .
- 22.\* Во правоаголниот триаголник  $ABC$  острит агол  $\alpha = 45^\circ$ . Како се однесуваат:  
а) катетите на триаголникот; б) апотемата и хипотенузата?
- 23.\* Во правоаголен триаголник  $ABC$  острит агол  $\beta = 60^\circ$ . Како се однесуваат катетата  $a$  и хипотенузата  $c$ ?
- 24.\* Во правоаголен триаголник хипотенузата спрема помалата катета се однесува како  $2:1$ . Колкави се острите агли на триаголникот?
- 25.\* Како се однесуваат страната и периметарот на:  
а) квадратот; б) рамностраниот триаголник;  
в) ромбот; г) правилниот петаголник?
- 26.\* Одреди го непознатиот број во размерот:  
а)  $11:(x+7)=2$ ; б)  $(5-x):2=3,5$ ; в)  $1,4:(x-8,5)=0,7$ .
- 27.\* Односот на два броја е  $5:4$ , а нивниот збир е 27. Кои се тие броеви?
- 28.\* Разликата на два броја е 35, а нивниот однос е  $9:4$ . Кои се тие броеви?
- 29.\* Страната на еден квадрат е 6 см, а на друг  $1,2$  dm. Колкав е односот на плоштините на тие квадрати?
- 30.\* Размерот на страните на два квадрата е  $2:3$ , а нивниот збир е 15 см. Како се однесуваат периметрите на квадратите?
- 31.\* Односот на страните во еден правоаголник е  $3:5$ , а нивниот збир е 12 см. Конструирај го правоаголникот.
- 32.\* Одреди го односот на периметрите и плоштините на два правоаголника ако должината на првиот правоаголник е 36 см, а ширината претставува  $2/3$  од должината. Ширината на вториот правоаголник е 1,6 пати помала од должината која е 48 см.
- 33.\* Отсечката  $\overline{AB} = 30\text{cm}$  со точката  $S$  е поделена на два дела, така што помалиот дел има должина 12 см. Колкав е размерот на деловите на отсечката  $\overline{AB}$ ?

- 34.\*** Отсечката  $\overline{CD} = 2,5 \text{ dm}$  со точката  $B$  е поделена на два дела, кои се однесуваат како  $2:3$ . Пресметај ги должините на деловите на отсечката  $CD$ .
- 35.\*** Должината на отсечката  $AB$  е  $3/4$  од должината на отсечката  $CD$ . Колкав е размерот  $\overline{AB} : \overline{CD}$ ?
- 36.\*** Растојанието меѓу две населени места  $A$  и  $B$  е  $150 \text{ km}$ . Колкаво ќе биде тоа растојание на географска карта, изработена во размер  $1:750000$ ?
- 37.\*** Една географска карта е изработена во размер  $1:500\,000$ , а растојанието меѓу населените места  $A$  и  $B$  на картата изнесува  $8 \text{ cm}$ . Колкаво е растојанието помеѓу тие населени места во природата?
- 38.\*** На еден план е нацртано спортско игралиште со должина  $8 \text{ cm}$  и ширина  $4,5 \text{ cm}$ . Колкави се димензиите на игралиштето во природата ако планот е изработен во размер  $1:1250$ ?
- 39.\*** Планот на една зграда е изработен во размер  $1:250$ . Колкави се должината и ширината на еден балкон од зградата, кој на планот е претставен со должина  $3 \text{ cm}$ , а ширина  $1 \text{ cm}$ ?
- 40.\*** Во  $200 \text{ g}$  вода растворено е  $15 \text{ g}$  шеќер, а во  $250 \text{ g}$  вода  $20 \text{ g}$  шеќер. Кој раствор е посладок?
- 41.\*** Во една легура односот на бакарот и цинкот е  $1,5$ . Најди го односот на цинкот спрема бакарот.
- 42.\*** Еден човек требало да заврши некаква работа за неколку дена. Првиот ден завршил  $3/10$  од работата, а вториот  $11/30$ . Во каков однос стои завршениот дел на работата спрема незавршениот?
- 43.\*** Во кој размер е работена картата на Република Македонија ако растојанието од  $5 \text{ km}$  на теренот, на картата е претставено со  $5 \text{ cm}$ .
- 44.\*** Еден тракторист, при орањето на една нива, на секои  $10 \text{ l}$  нафта заштедува  $1,6 \text{ l}$  нафта, а друг тракторист, на секои  $6 \text{ l}$  нафта заштедува по  $0,9 \text{ l}$  нафта. Кој тракторист заштедува повеќе нафта при орањето?
- 45.\*** Отсечката  $\overline{SQ} = 18 \text{ cm}$  со точката  $P$  е поделена на две отсечки, кои се однесуваат како  $5:3$ . Одреди го растојанието меѓу средната точка на отсечката  $SQ$  и точката  $P$ .

## 1.2. ПОИМ ЗА ПРОПОРЦИОНАЛНИ ОТСЕЧКИ

Од  $a:b = k$  и  $c:d = k$  се добива  $a:b = c:d$  ( $b \neq 0, d \neq 0$ ), што се вика пропорција;  $a, b, c$  и  $d$  се членови на пропорцијата, а  $k$  коефициент на пропорционалноста. Членовите  $a$  и  $d$  се надворешни, а  $b$  и  $c$  внатрешни членови на пропорцијата.

Основното својство на пропорцијата  $a:b = c:d \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$ .

Ако од должините на отсечките  $a, b, c$  и  $d$  може да се состави пропорција  $a:b = c:d$ , тогаш велиме дека отсечките  $a$  и  $b$  се пропорционални со отсечките  $c$  и  $d$ .

Пропорцијата  $a:x = x:b$  или  $x:a = b:x$  се вика непрекинаита пропорција. Од неа се добива:  $x = \sqrt{a \cdot b}$ . Отсечката  $x$  е геометриска средина на отсечките  $a$  и  $b$ .

$a:b = c:d = e:f \Leftrightarrow a:c = b:d = f$  се вика продолжена пропорција.

Од  $a:b = c:d$  се добиваат пропорции:

$$(a \pm b):a = (c \pm d):c \text{ и } (a \pm b):b = (c \pm d):d.$$

1. Од кои, од размерите, може да се состави пропорција:

- а) 24:4 и 30:5;      б) 15:5 и 18:9;      в) 1,4:4,2 и 21:63.

2. Дадени се односите на по два пари отсечки:

- а) 15 cm:7,5 cm и 8 cm:4 cm;  
б) 12 cm:5 cm и 0,9 dm:2,1 dm;

в)  $\frac{1}{2}m : \frac{5}{14}m$  и 2,8 dm:2 dm.

Од кои два пари отсечки може да се добие пропорција?

3. Дадени се должините на четири отсечки:

- а) 3 cm, 81 cm, 9 cm и 27 cm;      б) 2,8 m, 1,6 m, 21 m и 12 m.

Образувај барем по една пропорција.

4. Користејќи го основното својство на пропорциите, провери кои равенства образуваат пропорција:

a)  $3:10 = 2,1:7$ ;      б)  $\frac{2}{3}:\frac{4}{15} = \frac{4}{7}:\frac{8}{21}$ ;      в)  $2,5:3,5 = 0,5:0,7$ .

5. Провери кое од следните равенства е пропорција:

а)  $\frac{14}{6} = \frac{35}{15}$ ;      б)  $12:2,4 = 3:6$ ;  
в)  $3,5 \text{ dm} : 7 \text{ dm} = 0,25 \text{ m} : 0,5 \text{ m}$ .

6. Дадени се должините на отсечките:

$$\overline{AB} = 6 \text{ cm}; \quad \overline{CD} = 12 \text{ cm}; \quad \overline{MN} = 4 \text{ cm} \text{ и } \overline{PS} = 8 \text{ cm}.$$

Провери ја точноста на следните пропорции:

а)  $\overline{AB} : \overline{CD} = \overline{MN} : \overline{PS}$ ;      б)  $\overline{AB} : \overline{MN} = \overline{CD} : \overline{PS}$ .

7. Од равенството  $x \cdot y = p \cdot q$  може да се состават најмногу осум пропорции, а четири од нив се дадени. Состави ги другите четири пропорции.

а)  $x:p = q:y$ ;      б)  $y:q = p:x$ ;      в)  $p:x = y:q$ ;      г)  $q:x = y:p$ .

8. Дадено е равенството:  $12 \cdot 15 = 9 \cdot 20$ . Формирај ги сите можни пропорции.

9. Дадени се отсечките  $x$ ,  $y$ ,  $m$  и  $n$ , чии должини соодветно се броевите: 5 см, 16 см, 20 см и 4 см. Состави четири еквивалентни пропорции со различен редослед на членовите.

10. Ако  $8 \cdot x = 9 \cdot y$ , тогаш на што е еднакво:

а)  $x:y$ ;      б)  $\frac{y}{x}$ ;      в)  $\frac{1}{x} : \frac{1}{y}$ .

11. Запиши пропорција од следните равенства:

а)  $20 \cdot 30 = 50 \cdot 12$ ;      б)  $2 \cdot 4 = 1,6 \cdot 5$ ;      в)  $\frac{1}{3} \cdot 4 \frac{1}{5} = 1 \frac{13}{15} \cdot \frac{3}{4}$ .

12. Пресметај го непознатиот множител во равенството:

а)  $x \cdot 9 = 7 \cdot 18$ ;      б)  $1,4 \cdot 6 = x \cdot 4$ ;      в)  $4,2 \cdot y = 6 \cdot 7$ ;      г)  $\frac{2}{3} \cdot 1 \frac{1}{4} = \frac{1}{6} \cdot y$ .

13. Пресметај го непознатиот член во следниве пропорции:

a)  $x:15 = 8:24$ ;

б)  $15,6:2,6 = 2,88:y$ ;

в)  $\frac{2}{3}:p = \frac{5}{6}:\frac{3}{8}$ ;

г)  $15,25:7\frac{5}{8} = q:7,2$ .

14. Одреди го непознатиот член на пропорцијата:

а)  $\frac{x}{4} = \frac{20}{16}$ ;

б)  $\frac{6}{0,4} = \frac{y}{0,12}$ ;

в)  $\frac{0,3}{z} = \frac{0,6}{2,2}$ .

15. Пресметај го  $x$  во следниве пропорции:

а)  $7x:42 = 45:27$ ;

б)  $1,25:7,5 = 2,5:1,5x$ ;

в)  $2\frac{5}{8}:\frac{1}{4}x = 2\frac{18}{19}:1\frac{1}{3}$ ;

г)  $1:1\frac{2}{3} = \frac{3}{220}x:15$ .

16. Пресметај го  $x$  во пропорцијата:

а)  $12:(x+2) = 42:21$ ;    б)  $(24-x):25 = 4:5$ ;    в)  $0,6:0,3 = 18:(x-1)$ .

17. Одреди ја четвртата геометриска пропорционала на следниве три отсечки во пропорцијата  $a:b = x:c$  ако:

а)  $a = 2,6$  м,  $b = 1,6$  м,  $c = 0,2$  м;

б)  $a = 2\frac{2}{3}$  дм,  $b = 1\frac{1}{4}$  дм,  $c = \frac{5}{8}$  дм.

18. Најди ја должината на четвртата геометриска пропорционала на отсечките:  $a = 2$  см,  $b = 4$  см и  $c = 5$  см во следниве пропорции:

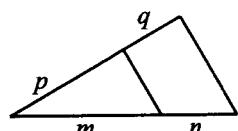
а)  $\frac{x}{a} = \frac{b}{c}$ ;

б)  $\frac{b}{a} = \frac{y}{c}$ .

19. За отсечките, означени на црт. 1, точна е пропорцијата:  $m:n = p:q$ .

а) На што е еднаква отсечката  $m$ , односно отсечката  $p$ , ако другите три отсечки се познати?

б) Ако  $m = 10$  см,  $p = 60$  мм,  $q = 0,3$  дм, колкава е должината на отсечката  $n$ ?



Цртеж 1

20. Пресметај го  $x$  во пропорцијата:

а)  $4:x = x:1$ ;

б)  $x:0,2 = 3,2:x$ ;

в)  $1\frac{5}{12}:x = x:5\frac{2}{3}$ .

- 21.** Дадени се долните на отсечките  $a$  и  $b$ . Одреди ја геометриската средина на тие отсечки, ако:
- а)  $a = 14,4 \text{ dm}$ ,  $b = 10 \text{ dm}$ ;      б)  $a = 5 \text{ dm}$ ,  $b = 98 \text{ cm}$ ;
- в)  $a = \frac{5}{7} \text{ dm}$ ,  $b = 0,35 \text{ dm}$ ;      г)  $a = \frac{1}{9} \text{ m}$ ,  $b = \frac{1}{16} \text{ m}$ .
- 22.** Што ќе биде со пропорцијата  $a:b = c:d$  ако:
- а) Еден надворешен и еден внатрешен член се помножат или се поделат со еден ист број, различен од нула?
- б) Сите членови се помножат или се поделат со еден ист број, различен од нула?
- 23.** Упрости ги пропорциите:  $2,08 : 1,5 = 1,456 : 1,05$  и  $5\frac{1}{3} : 4 = 7\frac{1}{3} : 5\frac{1}{2}$  користејќи ги својствата на пропорција.
- 24.** Дадени се пропорциите:  $a:b = c:d$  и  $c:d = p:q$ , во кои  $a, b, c, d, p$  и  $q$  се дадени отсечки. Состави продолжена пропорција.
- 25.** Пресметај ги непознатите членови во продолжената пропорција:
- а)  $a:15 = b:25 = 12:10$ ;      б)  $\frac{2}{5} = \frac{n}{3} = \frac{6}{m}$ ;      в)  $\frac{27}{x} = \frac{9}{4} = \frac{y}{0,8}$ .
- 26.** Во продолжената пропорција  $\overline{AB} : \overline{CD} = \overline{EF} : \overline{GH} = \overline{KL} : \overline{MN}$  дадени се  $\overline{AB} = 4 \text{ cm}$ ,  $\overline{EF} = 5 \text{ cm}$ ,  $\overline{GH} = 15 \text{ cm}$ ,  $\overline{KL} = 7 \text{ cm}$ . Пресметај ги непознатите отсечки.
- 27.** Од продолжената пропорција  $x:y = a:b = c:d$  може да се добијат три различни четиричлени пропорции. Кои се тие пропорции?
- 28.** Дадени се отсечките:  $a = 1,8 \text{ dm}$ ,  $b = 12 \text{ cm}$ ,  $c = 5,4 \text{ dm}$  и  $d = 0,36 \text{ m}$ . Кои од следниве тврдења се точни:
- а) Отсечките  $a$  и  $b$  се пропорционални на отсечките  $c$  и  $d$ ;
- б) Отсечките  $a$  и  $c$  се пропорционални на отсечките  $b$  и  $d$ ;
- в) Отсечките  $a$  и  $d$  се пропорционални на отсечките  $b$  и  $c$ .
- 29.** Односот на дијаметрите на Земјата и на Месечината е  $1000:273$ . Ако дијаметарот на Земјата е  $6366 \text{ km}$ , колкав е дијаметарот на Месечината?

30. Страните на два квадрата се однесуваат како  $3:5$ . Ако страната на помалиот квадрат е  $15\text{ cm}$ , колка е страната на поголемиот квадрат?

31. Страните на два рамнострани триаголници се однесуваат како  $3:2$ . Ако страната на поголемиот триаголник е  $7,5\text{ cm}$ , колку изнесува страната на помалиот триаголник?

32\*. Пресметај го бројот  $x$  во пропорцијата:

$$\text{а) } 2:\frac{1}{3} = (2x+5):x; \quad \text{б) } (a^2 - b^2):(a+b) = x:1.$$

33\*. Дадена е пропорцијата  $x:y = a:b$  ( $x,y,a,b \neq 0$ ). Утврди кои од следните изведени пропорции се точни:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } (x+y):(a+b) = y:a; & \text{б) } (x-y):x = (a-b):b; \\ \text{в) } y:(x-y) = b:(a-b). & \text{г) } a:x = (a+b):(x+y). \end{array}$$

34\*. Нека  $a, b, c$  и  $d$  се четири отсечки, за кои важи  $a:b = c:d$ . Покажи дека се точни и следните пропорции:

$$\text{а) } (a+b):a = (c+d):c; \quad \text{б) } (a-b):(c-d) = a:c.$$

35\*. Дадена е пропорцијата:  $a:5 = b:4$ . Одреди го непознатиот број  $y$  во пропорцијата:

$$\text{а) } \frac{a+5}{5} = \frac{b+4}{y}; \quad \text{б) } \frac{a-5}{b-4} = \frac{y}{4}; \quad \text{в) } (a+b):b = (5+y):4.$$

36\*. Дадена е пропорцијата:  $3,57:a = 0,17:b$ . Одреди ја вредноста на размјерот:

$$\text{а) } a:b; \quad \text{б) } \frac{1}{b} : \frac{1}{a} (a,b \in \mathbb{N}).$$

37\*. Одреди го  $a$  во пропорцијата:

$$\text{а) } \frac{0,3+a}{3} = \frac{0,1+a}{5}; \quad \text{б) } 1\frac{1}{3} = \frac{5+9a}{1+7a}; \quad \text{в) } \frac{4a+3}{7a-1} = \frac{11}{13}.$$

38\*. Пресметај го непознатиот број во пропорцијата:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{1\frac{1}{3}}{0,3(y-3)} = \frac{3\frac{1}{3}}{1,2y}; & \text{б) } \frac{5(2+y)}{\frac{1}{4}y-5} = \frac{12}{5}; \\ \text{в) } 1:(x-1) = 3:(2x-1); & \text{г) } (x-1):(x-2) = (x+7):(x+2). \end{array}$$

39.\* Одреди подмножество од три елементи на множеството  $A = \{(a, b) | a, b \in \mathbb{N} \text{ и } a : 4 = b : 7\}$ .

40.\* Отсечките  $11+a$ ,  $6+a$ ,  $8+a$  и  $4+a$ , земени по ред, се членови на една пропорција. Одреди го  $a$  во таа пропорција.

41.\* Одреди го четвртиот член на една пропорција ако првиот член е  $\frac{7}{2}$  пати поголем од вториот, а третиот член е  $\frac{2}{3}$ .

42.\* Одреди го растојанието меѓу средината на отсечката  $\overline{MN} = 5,6 \text{ dm}$  и точката  $D$ , што ја дели отсечката  $MN$  во однос  $\frac{2}{3} : \frac{4}{15}$ .

43.\* Страните на еден триаголник се однесуваат како  $2:4:3$ . Одреди ја должината на секоја страна ако периметарот е  $13,5 \text{ dm}$ .

44.\* Пресметај ги аглите на еден триаголник ако нивниот однос е  $9:5:4$ .

45.\* Симетралата на аголот  $\gamma$  во  $\triangle ABC$  ја дели страната  $AB$  на два дела, што се однесуваат како  $2:3$ . Пресметај ги страните на триаголникот ако неговиот периметар е  $60 \text{ cm}$ , а помалиот дел на страната  $AB$  е  $10 \text{ cm}$ .

46.\* Отсечката  $AB$  е поделена на три дела, што се однесуваат како  $2:3:4$ . Растојанието меѓу средните точки на крајните делови на отсечката е  $5,4 \text{ cm}$ . Одреди ја должината на отсечката  $AB$ .

47.\* Отсечката  $AB$  со точката  $C$  е поделена во размер  $7:5$ , а со точката  $D$  во однос  $11:5$ . Растојанието меѓу точките  $C$  и  $D$  е  $10 \text{ cm}$ . Одреди ја должината на отсечката  $AB$ .

48.\* Ако отсечките  $a$ ,  $b$  и  $c$  се страни на  $\triangle ABC$ , а  $h_a$ ,  $h_b$  и  $h_c$  се соодветните висини, докажи дека:

$$a:b:c = \frac{1}{h_a} : \frac{1}{h_b} : \frac{1}{h_c}.$$

49.\* Внатрешните агли на еден четириаголник се однесуваат како  $3:7:11:15$ . Одреди ја големината на секој агол.

50.\* Симетралата на острит агол во еден паралелограм ја дели поголемата страна на две отсечки, што се однесуваат како  $2:3$ . Пресметај го периметарот на паралелограмот ако поголемата страна има должина  $12 \text{ cm}$ .

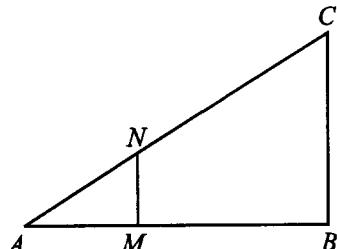
- 51.\* Во правоаголникот  $ABCD$  со основа  $\overline{AB} = 9,1\text{cm}$  повлеченa е симетралата на аголот кај темето  $C$  и ја дели страната  $AB$  на два дела, што се однесуваат како  $3:4$ . Пресметај ги периметарот и плоштината на правоаголникот.
- 52.\* Периметарот на рамнокрак триаголник е  $18\text{ cm}$ , а основата кон кракот се однесува како  $4:2,5$ . Пресметај ги страните на триаголникот.
- 53.\* Збирот на три броја е  $1024$ . Броевите се однесуваат како  $20:11:9$ . Одреди ги тие броеви.
- 54.\* Сумата од  $7930$  денари е награда за постигнатиот успех на  $4$  ученика. Првиот ученик има  $5$  петки, вториот  $11$  петки, третиот  $4$  петки и четвртиот  $6$  петки. По колку денари ќе добие секој ученик ако делењето се изврши според бројот на петките?
- 55.\* За прскање на овошките се употребува раствор од сулфур, негаснета вар и вода, кои се мешаат во размер  $6:3:50$ . Колкаво количество вода, односно вар, е потребно за да се добие раствор добар за прскање на овошките ако во растворот има  $3\text{ kg}$  сулфур?
- 56.\* За прскање на лозјата се употребува раствор од син камен и вода во однос  $1:100$ .
- Колку вода е потребно за да се растворат  $0,25\text{ kg}$  син камен?
  - Колку е потребно од секој елемент за да се добие раствор со маса од  $151,5\text{ kg}$ ?
- 57.\* Во една легура е измешано злато и бакар во однос  $4:5$ . Ако во легурата има  $3,6\text{ g}$  злато, колкаво е количеството на бакарот во легурата?
- 58.\* Еден радиоаматер има две жици од  $12\text{ m}$  и  $6,75\text{ m}$ , а потребна му е жица чија должина е геометриска средина на долните на двете жици. Колкава е долната на потребната жица?
- 59.\* На една карта, со размер  $1:80000$ , растојанието меѓу населените места  $A$  и  $B$  е  $1,25\text{ dm}$  и се поврзани со прав пат. За кое време еден велосипедист ќе го помине тој пат ако се движи со брзина од  $15\text{ km/h}$ ?

### 1.3. ДЕЛЕЊЕ ОТСЕЧКА НА ЕДНАКВИ ДЕЛОВИ И ВО ДАДЕН ОДНОС

1. Отсечката  $AB$ , со дадена должина, подели ја на:
  - a) 4 еднакви делови;
  - б) 5 еднакви делови;
  - в) 8 еднакви делови.
2. Нацртај отсечка  $MN$  и подели ја на два еднакви дела. Како се однесуваат тие делови?
3. Отсечката  $\overline{SP} = 9 \text{ cm}$  подели ја на 6, 7 и 9 еднакви делови.
4. Отсечката  $AB$ , со точките  $C, D$  и  $E$ , поделена е на четири еднакви делови. Запиши ги следниве односи:
  - a)  $\overline{AC} : \overline{AB}$ ;
  - б)  $\overline{CB} : \overline{AD}$ ;
  - в)  $\overline{DB} : \overline{CE}$ .
5. Отсечката  $\overline{CD} = 6 \text{ cm}$  подели ја со точка  $M$  на две отсечки, кои се однесуваат како:
  - а) 2:3;
  - б) 4:3;
  - в) 1:2.
6. Дадена е отсечката  $\overline{SP} = 7,5 \text{ cm}$  и на неа точката  $D$ , што ја дели отсечката  $SP$  на две отсечки, при што  $\overline{DP} = 2,5 \text{ cm}$ . Во кој однос е поделена отсечката  $SP$  со точката  $D$ ?
7. Отсечката  $\overline{PS} = 8 \text{ cm}$  подели ја на пет еднакви делови, а потоа одредија точката  $M$ , така што  $\overline{PM} : \overline{MS} = 1:4$ .
8. Отсечките  $MN$  и  $BC$  се нормални на страната  $AB$  на триаголникот  $ABC$  (црт. 1). Ако  $\overline{AB} = 9 \text{ cm}$ ,  $\overline{AM} = 3,6 \text{ cm}$ , одреди го односот на отсечките:
  - а)  $\overline{AM} : \overline{AB}$ ;
  - б)  $\overline{AC} : \overline{AN}$ .

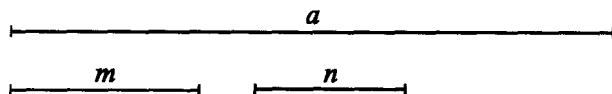
Дали се еднакви размерите:

$$\overline{AM} : \overline{MB}$$
 и  $\overline{AN} : \overline{NC}$ ?



Цртеж 1

9. Дадени се отсечките  $a$ ,  $m$  и  $n$  (црт. 2). Подели ја отсечката  $a$  во размер  $m:n$ .



Цртеж 2

10. Дадени се отсечките  $a = 9$  см,  $m = 3$  см и  $n = 2$  см. Подели ја отсечката  $a$  во однос  $n:m$  и провери го тоа со пресметување.

11. Отсечката  $\overline{AB} = 8$  см раздели ја на два дела, што се пропорционални на отсечките  $a = 4,5$  см и  $b = 7,5$  см. Пресметај ги добиените делови на отсечката  $AB$ .

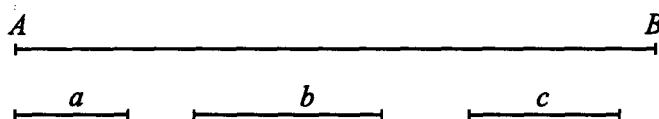
12. Нацртај две отсечки  $AB$  и  $CD$  и подели ги со точките  $M$  и  $N$ , соодветно, во однос  $3:4$  и од добиените делови, состави пропорција.

13. Отсечките  $\overline{MN} = 6$  см и  $\overline{PS} = 7,5$  см, со точките  $A$  и  $B$  се поделени, соодветно, во однос  $2:3$ . Пресметај ги должините на деловите на отсечките  $MN$  и  $PS$ , добиени со точките  $A$  и  $B$ .

14. Дадена е отсечката  $\overline{BC} = 11$  см. Подели ја на три отсечки што се однесуваат како  $2:3:4$ .

15. Дадена е произволна отсечка  $\overline{MN} = p$ . Подели ја на три дела во однос: а)  $1:2:4$ ; б)  $2:2:3$ . Во кој од двата случаи може да се конструира триаголник и зошто?

16. Дадена е отсечката  $\overline{AB}$  (црт. 3). Да се раздели на делови, пропорционални на отсечките  $a$ ,  $b$  и  $c$ .



Цртеж 3

- 17\*. Отсечката  $\overline{MN} = 9$  см раздели ја на три дела, соодветно, пропорционални на отсечките:  $a = 2$  см,  $b = 1$  см и  $c = 3$  см.

18.\* Дадена е отсечката  $\overline{AB} = 10$  см. Одреди отсечка  $\overline{AS} = \frac{2}{5} \overline{AB}$ .

19.\* Дадена е отсечка со должина  $a$ . Конструирај отсечка чија должина е:

a)  $\frac{2}{3}a$ ;

б)  $\frac{7}{5}a$ ;

в)  $2a$ .

20.\* Дадена е отсечката  $\overline{AB} = 6$  см. На продолжението од точката  $B$  одреди ја точката  $C$  така што  $\overline{AC} : \overline{BC} = 5 : 2$ .

21.\* Отсечката  $\overline{CD} = 9$  см поделена е од точката  $M$  (внатрешна точка) во размер  $2:3$ , а од точката  $N$  (надворешна точка) во размер  $4:3$ . Пресметај ја должината на отсечката  $MN$ .

22.\* Периметарот на разностран триаголник е  $18$  см. Конструирај го триаголникот, на кој страните му се однесуваат како  $3:4:5$ .

23.\* Отсечката  $\overline{AB} = m$  е периметар на рамноќрак триаголник. Кракот кон основата се однесува како  $2:3$ . Конструирај го триаголникот.

24.\* Даден е периметарот  $L = 10$  см на разностран триаголник. Конструирај го триаголникот.

25.\* Конструирај разностран триаголник ако неговите страни се во размер  $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$ , а периметарот  $L = 19,5$  см.

26.\* Конструирај квадрат чиј периметар е  $8,3$  см.

27.\* Конструирај правоаголник  $ABCD$  чиј периметар е  $24$  см, а страните се во размер  $5:3$ .

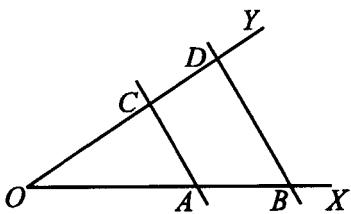
28.\* Конструирај две кружници со централно растојание  $\overline{OO_1} = 7$  см што се допираат однадвор ако односот на радиусите е  $3:2$ .

29.\* Периметарот на правоаголен триаголник  $ABC$  е  $24$  см, поголемата катета е  $8$  см и односот на хипотенузата и помалата катета е  $2:1,2$ . Конструирај го триаголникот.

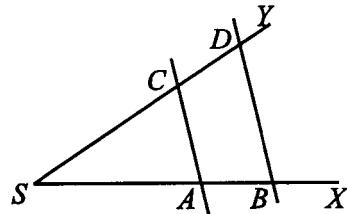
## 1.4. ТАЛЕСОВА ТЕОРЕМА ЗА ПРОПОРЦИОНАЛНИ ОТСЕЧКИ

Ако крациите  $OX$  и  $OY$  на аголот  $XOY$  се пресекаат со паралелниите прави  $AC$  и  $BD$ , се добиваат пропорционални отсечки (Талесова теорема), и.е.

$$\overline{OA} : \overline{OB} = \overline{OC} : \overline{OD}.$$



Цртеж 1



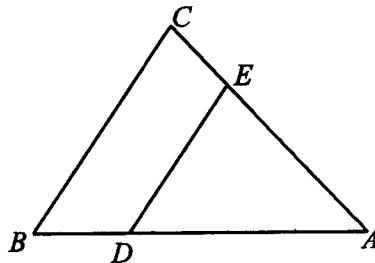
Цртеж 2

1. На цртежот 2 е познато дека  $AC \parallel BD$ . Пресметај ја отсечката:

- a)  $\overline{SD}$ , ако  $\overline{SC} = 6 \text{ cm}$ ,  $\overline{SA} = 8 \text{ cm}$ ,  $\overline{SB} = 10 \text{ cm}$ ;
- б)  $\overline{SA}$ , ако  $\overline{SB} = 12 \text{ cm}$ ,  $\overline{SC} = 9 \text{ cm}$ ,  $\overline{CD} = 6 \text{ cm}$ ;
- в)  $\overline{CD}$ , ако  $\overline{CS} = 4,5 \text{ cm}$ ,  $\overline{AB} = 0,8 \text{ cm}$ ,  $\overline{AS} = 6 \text{ cm}$ .

2. На цртежот 3 отсечките  $DE$  и  $BC$  се паралелни. Утврди кои од следниве пропорции се точни:

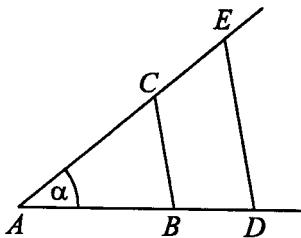
- a)  $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC}$ ;
- б)  $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$ ;
- в)  $\overline{AC} : \overline{AD} = \overline{AE} : \overline{DB}$ ;
- г)  $\overline{BD} : \overline{CE} = \overline{AE} : \overline{AD}$ .



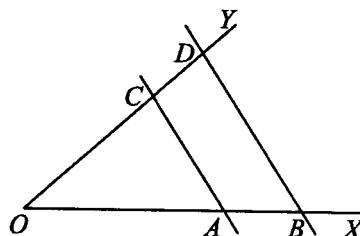
Цртеж 3

3. Краците на аголот  $\alpha$ , со темето  $A$ , се пресечени со две паралелни прави  $BC$  и  $DE$  (види црт. 4). Одреди ја отсечката:

- $\overline{AC}$ , ако  $\overline{AB} = 8 \text{ cm}$ ,  $\overline{AD} = 12 \text{ cm}$ ,  $\overline{AE} - \overline{AC} = 2,5 \text{ cm}$ ;
- $\overline{AB}$ , ако  $\overline{AB} + \overline{AD} = 21 \text{ cm}$ ,  $\overline{AC} = 12 \text{ cm}$ ,  $\overline{AE} = 16 \text{ cm}$ .



Цртеж 4

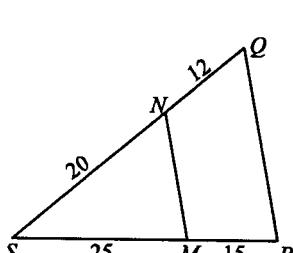


Цртеж 5

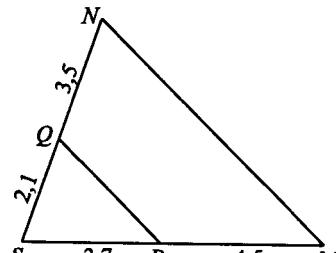
4. На цртежот 5 краците на аголот  $XOY$  се пресечени со правите  $AC$  и  $BD$ . Провери дали правите  $AC$  и  $BD$  се паралелни ако:

- $\overline{OA} = 4 \text{ cm}$ ,  $\overline{OB} = 6 \text{ cm}$ ,  $\overline{OC} = 3 \text{ cm}$ ,  $\overline{OD} = 5 \text{ cm}$ ;
- $\overline{OA} = 5 \text{ cm}$ ,  $\overline{AB} = 2 \text{ cm}$ ,  $\overline{OC} = 6 \text{ cm}$ ,  $\overline{CD} = 2,4 \text{ cm}$ ;
- $\overline{OD} = 1,2 \text{ dm}$ ,  $\overline{CD} = 0,8 \text{ dm}$ ,  $\overline{OB} = 0,9 \text{ dm}$ ,  $\overline{AB} = 0,6 \text{ dm}$ .

5. На цртежот 6 се дадени должините на отсечките што лежат на краците на аголот со теме во точката  $S$ . Испитај дали  $PQ \parallel MN$ .



a)



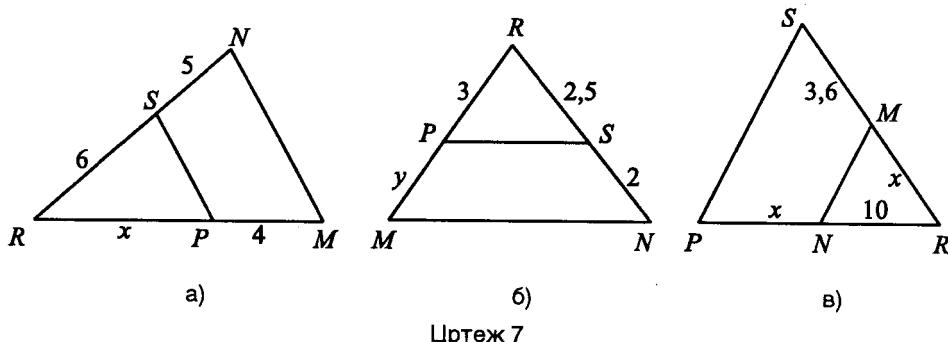
b)

Цртеж 6

6. Отсечките  $BA$  и  $BD$  лежат на едниот крак на аголот  $B$ , а отсечките  $BC$  и  $BE$  на другиот крак. Утврди во кој од дадените случаи правите  $AC$  и  $DE$ , што ги сечат краците на  $\angle B$ , се паралелни:

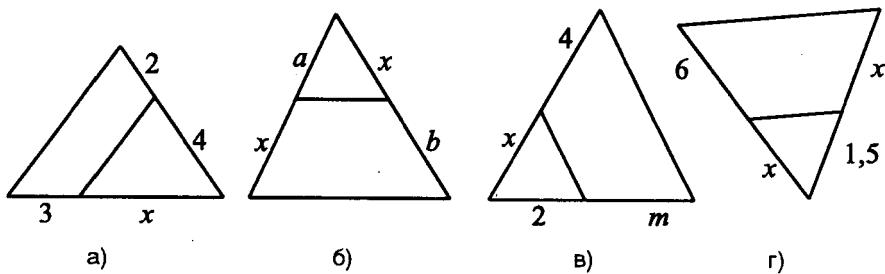
- $\overline{AD} : \overline{BA} = 4 : 3$ ,  $\overline{BC} = 1,2 \text{ dm}$ ,  $\overline{BE} = 2,8 \text{ dm}$ ;
- $\overline{BD} : \overline{AD} = 11 : 8,5$ ,  $\overline{CE} = \frac{17}{5} \overline{BE}$ .

7. Пресметај ја должината на непознатата отсечка според податоците на цртеж 7 ако  $PS \parallel MN$ .



Цртеж 7

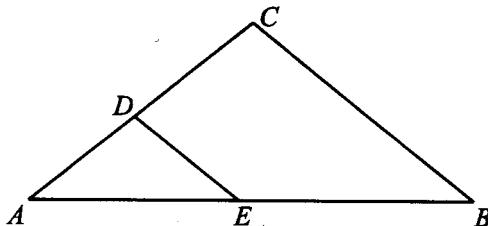
8. На едниот крак на аголот  $MON$  од темето  $O$  нанесени се надоврзаните отсечки  $OA_1$ ,  $AB$  и  $BC$ , што се однесуваат како  $1:2:3$ , а на другиот крак нанесена е отсечката  $\overline{OA}_1 = 4\text{ cm}$ . Низ точките  $B$  и  $C$  повлечени се прави  $BB_1$  и  $CC_1$ , паралелни со правата  $AA_1$ . Одреди ги должините на отсечките  $A_1B_1$  и  $B_1C_1$ .
9. Кај секој од триаголниците, на цртежот 8, внатрешната отсечка е паралелна на страната со која нема заеднички точки. Одреди ја непознатата отсечка  $x$ .



Цртеж 8

10. На кракот  $OX$  од аголот  $XOY$  се нанесени отсечките  $\overline{OA} = 6\text{ cm}$  и  $\overline{AB} = 5\text{ cm}$ , а на кракот  $OY$  отсечката  $\overline{OC} = 9\text{ cm}$ . Колкава треба да биде должината на втората отсечка, нанесена на кракот  $OY$  за да бидат паралелни правите што ги сечат краците на аголот  $XOY$ ?

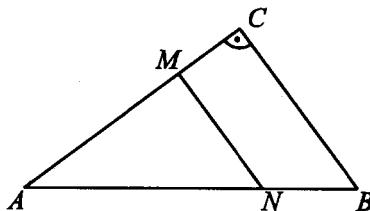
11. Триаголникот  $ABC$  со основа  $AB$  е рамнокрак (црт. 9). Пресметај го периметарот на триаголникот  $ABC$  ако се дадени:  $\overline{AD} = 12 \text{ cm}$ ,  $\overline{BE} = 9 \text{ cm}$ ,  $\overline{DC} = 6 \text{ cm}$  и  $DE \parallel CB$ .



Цртеж 9

12. Во правоаголниот триаголник  $ABC$  (црт. 10)  $MN \perp AC$ . Ако е:

- a)  $\overline{AM} = 9 \text{ cm}$ ,  $\overline{MC} = 3,6 \text{ cm}$ , колкав е односот  $\overline{AN} : \overline{NB}$ ?  
 б)  $\overline{AC} = 7,5 \text{ cm}$ ,  $\overline{AM} = 5 \text{ cm}$ ,  $\overline{BN} = 3 \text{ cm}$ , пресметај го  $\overline{AB}$ .



Цртеж 10

13. Точката  $D$  лежи на страната  $AB$  на триаголникот  $ABC$ , на растојание 2 см од темето  $A$ . Низ точката  $D$  е повлечена права, паралелна на  $AC$ . Пресметај ги должините на деловите на страната  $BC$ , ако  $\overline{AB} = 6 \text{ cm}$  и  $\overline{BC} = 9 \text{ cm}$ .

- 14.\* Краците на рамнокракиот триаголник  $ABC$  се пресечени со правата  $MN$ , што е паралелна на основата  $AB$ . Ако  $\overline{CM} = 4,5 \text{ cm}$  и  $\overline{NB} = 2 \text{ cm}$ , одреди го односот на висините на триаголниците  $ABC$  и  $MNC$ .

15. Даден е триаголникот  $ABC$ . Точката  $M$  ја разделива страната  $AC$  на две отсечки  $\overline{AM} = 6 \text{ cm}$  и  $\overline{MC} = 3 \text{ cm}$ .

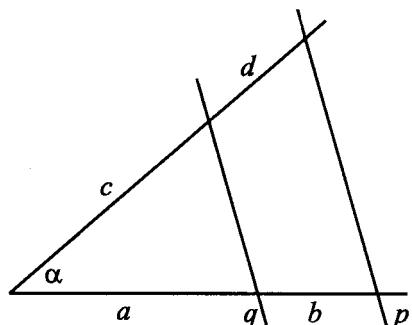
- а) Одреди ги односите  $\overline{AC} : \overline{AM}$  и  $\overline{AC} : \overline{MC}$ .

б) Колкав ќе биде односот на отсечките на страната  $BC$ , добиени кога низ точката  $M$  ќе се повлече права што е паралелна на страната  $AB$  и ја сече страната  $BC$  во точката  $N$ .

16. Краците на аголот  $\alpha$  се пресечени со паралелни прави  $p$  и  $q$ , при што се добиени отсечките  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  (црт. 11). Одреди ја четвртата отсечка ако:

а)  $a = 12 \text{ cm}$ ,  $b = 13,5 \text{ cm}$ ,  $c = 8 \text{ cm}$ ;

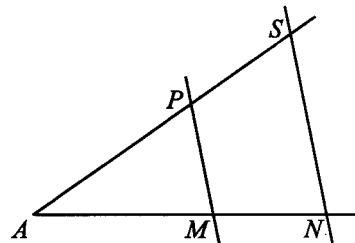
б)  $b = \frac{4}{3} \text{ m}$ ,  $c = \frac{21}{4} \text{ m}$ ,  $d = \frac{7}{8} \text{ m}$ .



Цртеж 11

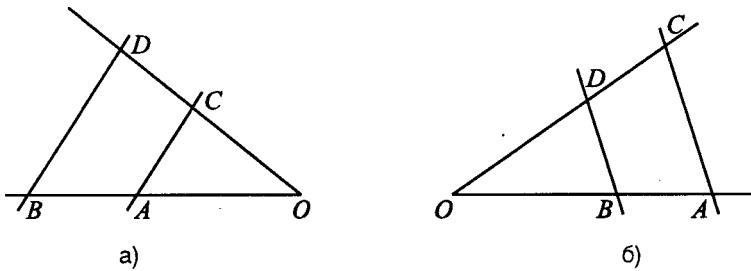
## 1.5. ПРИМЕНА НА ТАЛЕСОВАТА ТЕОРЕМА

1. На цртежот 1 дадено е:  $\overline{AN} = 8 \text{ cm}$ ,  
 $\overline{AM} = 6 \text{ cm}$  и  $\overline{MP} = 3 \text{ cm}$ . Одреди ја должината на отсечката  $NS$ .



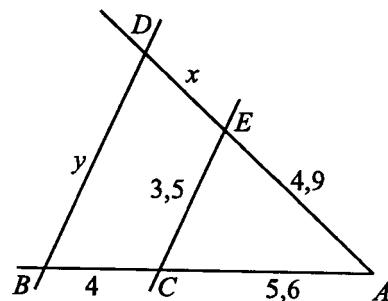
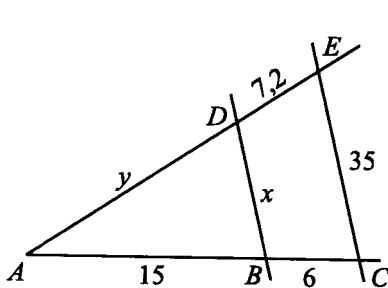
Цртеж 1

2. На цртежот 2 дадени се:  $\overline{OD} = 18 \text{ cm}$ ,  $\overline{DC} = 12 \text{ cm}$ . Одреди ги односите  $\overline{AC} : \overline{BD}$  и  $\overline{OB} : \overline{AB}$  ако  $AC \parallel BD$ .



Цртеж 2

3. Пресметај ги отсечките  $x$  и  $y$  според податоците на цртежот 3 ако правите  $BD$  и  $CE$  се паралелни.



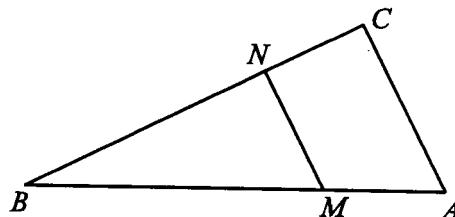
Цртеж 3

- 4\*. Во триаголникот  $ABC$  на црт. 4  $AC \parallel MN$ . Најди ги:

a)  $\overline{BN}$  и  $\overline{BM}$  ако:

$$\overline{AM} = 3 \text{ cm}, \overline{CN} = 2 \text{ cm},$$

$$\overline{AC} = 9 \text{ cm}, \overline{MN} = 6 \text{ cm};$$



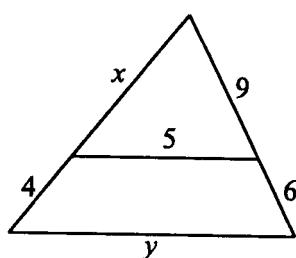
b)  $\overline{MN}$  и  $\overline{MA}$  ако:

$$\overline{BM} = 4.5 \text{ dm}, \overline{BC} = 8 \text{ dm},$$

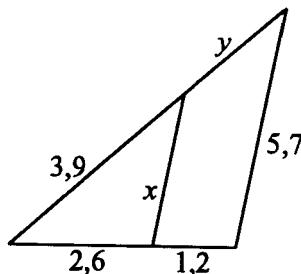
$$\overline{CN} = 3 \text{ dm}, \overline{AC} = 7.2 \text{ dm}.$$

Цртеж 4

5. Одреди ги должините на отсечките  $x$  и  $y$ , според податоците на црт. 5 (отсечките што ги сврзуваат двете страни на триаголникот, се паралелни на третата страна).



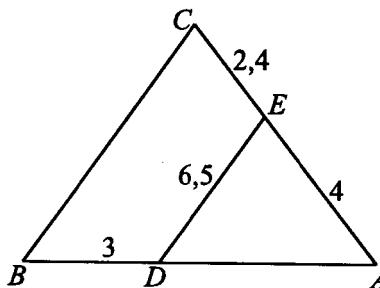
a)



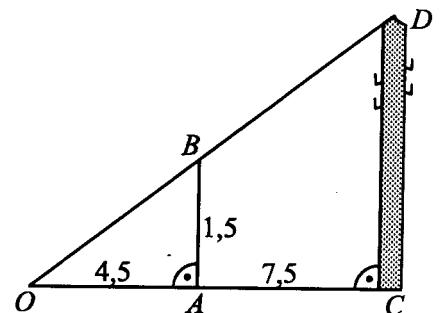
b)

Цртеж 5

6. Пресметај го периметарот на триаголникот  $ABC$  според податоците на црт. 6 ако  $CB \parallel ED$ .



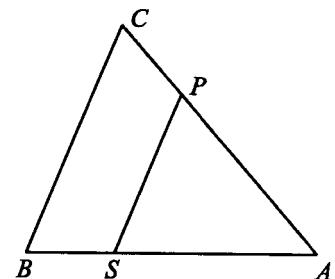
Цртеж 6



Цртеж 7

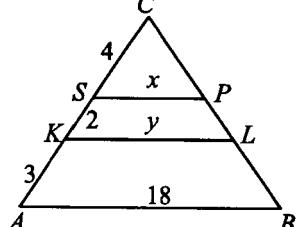
7. Одреди ја висината на бандерата на црт. 7, според дадените податоци (во метри).

8.\* Во триаголникот  $ABC$  отсечката  $SP \parallel BC$  (црт. 8). Одреди ги должините на отсечките  $BC$  и  $SP$ , ако  $\overline{AS} = 20\text{ cm}$ ,  $\overline{SB} = 10\text{ cm}$  и  $\overline{BC} + \overline{SP} = 55\text{ cm}$ .

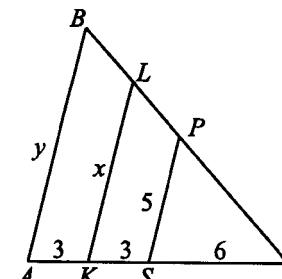


Цртеж 8

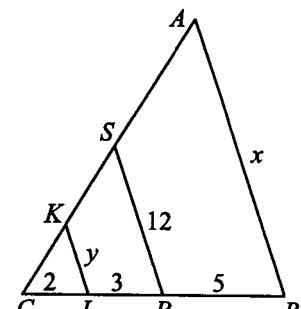
9. Одреди ги должините на отсечките  $x$  и  $y$  според податоците, дадени на црт. 9 ако  $AB \parallel KL \parallel SP$ .



а)



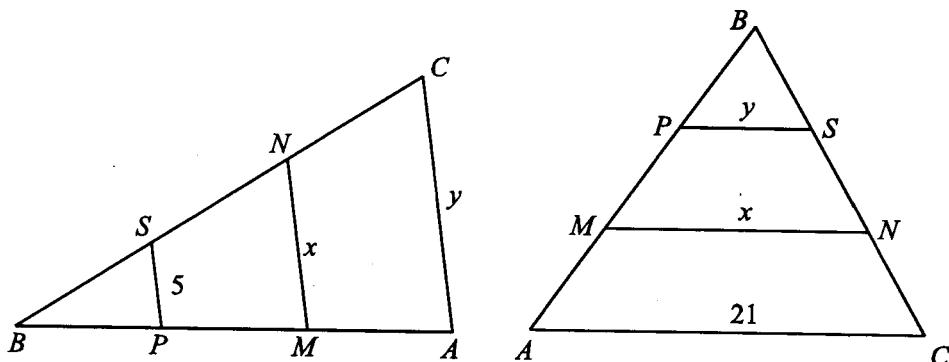
б)



в)

Цртеж 9

**10.\*** Пресметај ги должините на отсечките  $x$  и  $y$  според податоците, дадени на црт. 10 ако отсечката  $BA$  со точките  $M$  и  $P$  е поделена на три еднакви дела и  $AC \parallel MN \parallel SP$ .

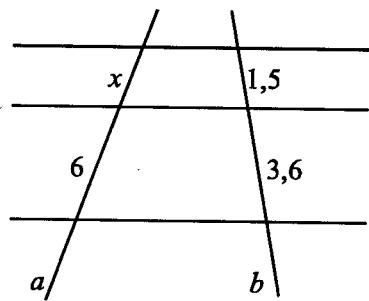


a)

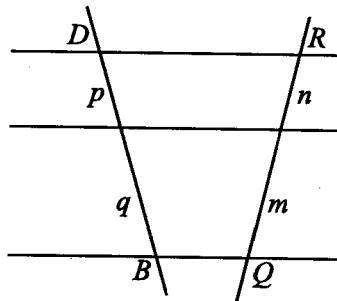
### Цртеж 10

6)

11. Нека правите  $a$  и  $b$  се пресечени со три паралелни прави (црт. 11). Пресметај ја должината на непознатата отсечка  $x$  според податоците на цртежот.



### Цртеж 11

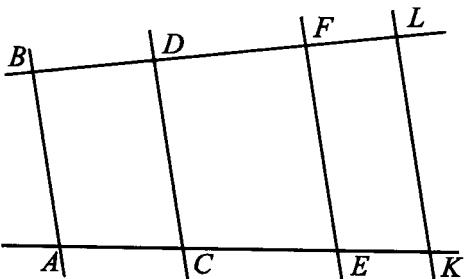


### Цртеж 12

**12.** На црт. 12 правите  $BD$  и  $QR$  се пресечени со три паралелни прави.  
Пресметај ја должината на отсеката:

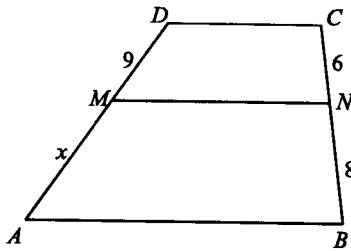
- 6)  $\overline{RO}$ , ако е:  $q = 4,8 \text{ cm}$ ,  $p = 3,6 \text{ cm}$ ,  $n = 2,1 \text{ cm}$ .

13. На црт. 13 правите  $AB \parallel CD \parallel EF \parallel KL$  и  $\overline{AC} = 2,5 \text{ cm}$ ,  $\overline{CE} = 4 \text{ cm}$  и  $\overline{EK} = 2 \text{ cm}$ . Пресметај ги должините на отсечките  $BD$ ,  $DF$  и  $DL$  ако  $\overline{BL} = 10,2 \text{ cm}$ .

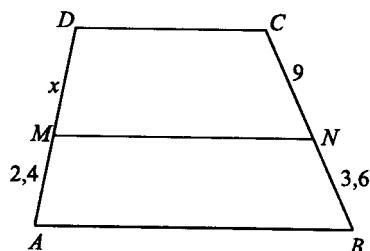


Цртеж 13

14. За трапезот  $ABCD$ , на црт. 14, се знае дека  $MN \parallel AB \parallel CD$ . Одреди ја должината на непознатата отсечка според податоците на цртежот.



a)

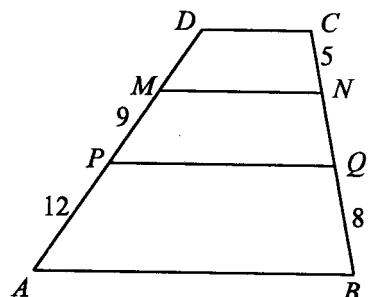


b)

Цртеж 14

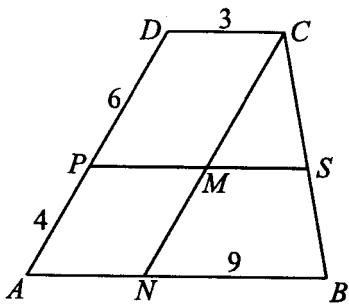
15. Краците  $\overline{AD} = 24 \text{ cm}$  и  $\overline{BC} = 18 \text{ cm}$  на трапезот  $ABCD$  се пресечени со правата  $MN$ , паралелна на основите  $AB$  и  $CD$ . Пресметај ги должините на отсечките на кракот  $BC$  ако отсечката  $\overline{DM} = 6 \text{ cm}$ .

16. Во трапезот  $ABCD$  (црт. 15) отсечките  $MN$  и  $PQ$  се паралелни со основите. Пресметај ги должините на краците според податоците на цртежот.

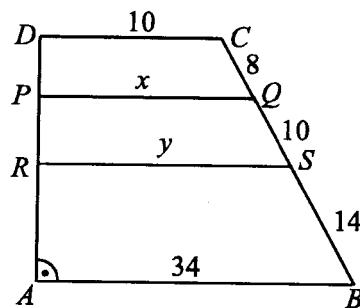


Цртеж 15

17. Во трапезот  $ABCD$  (црт. 16)  $PS \parallel AB$  и  $CN \parallel AD$ . Пресметај ја должината на отсечката  $PS$  според податоците на цртежот.



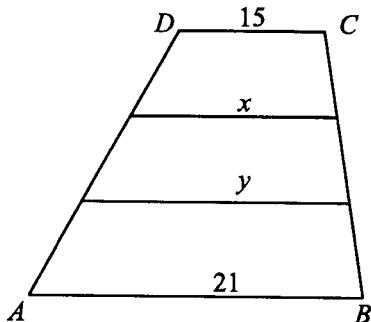
Цртеж 16



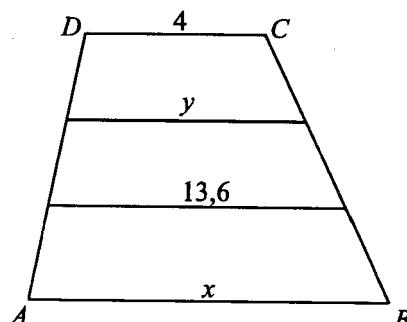
Цртеж 17

- 18\*. Пресметај ги должините на отсечките  $x$  и  $y$  (црт. 17) ползувајќи ги податоците од цртежот ако отсечките  $x$  и  $y$  се паралелни со основите на трапезот  $ABCD$  и ако  $AB \perp AD$ .

- 19\*. Во трапезот  $ABCD$  (црт. 18) отсечките  $x$  и  $y$  се паралелни на основите на трапезот и ги делат краците на еднакви делови. Пресметај ги должините на  $x$  и  $y$  ползувајќи ги податоците од цртежот.



a)



б)

Цртеж 18

- 20\*. Кракот  $BC$  на трапезот  $ABCD$ , со основи  $\overline{AB} = 12\text{ cm}$  и  $\overline{CD} = 30\text{ cm}$ , е поделен на четири еднакви делови и низ добиените точки од краците се повлечени прави, паралелни со основите. Пресметај ги должините на отсечките, паралелни со основите на трапезот.

**21.\*** Краците  $AD$  и  $BC$  на трапезот  $ABCD$  се продолжени до меѓусебно пресекување во точката  $N$ . Определи ја отсечката:

a)  $\overline{CN}$ , ако  $\overline{AB} = 15 \text{ cm}$ ,  $\overline{CD} = 10 \text{ cm}$ ,  $\overline{BN} = 12 \text{ cm}$ ;

б)  $\overline{AN}$ , ако  $\overline{AD} = 1,2 \text{ dm}$ ,  $\overline{CB} : \overline{CN} = \frac{1}{6} : 0,25$ ;

в)  $\overline{CB}$ , ако  $\overline{AN} : \overline{AD} = 17 : 9$ ,  $\overline{NC} = 16 \text{ cm}$ .

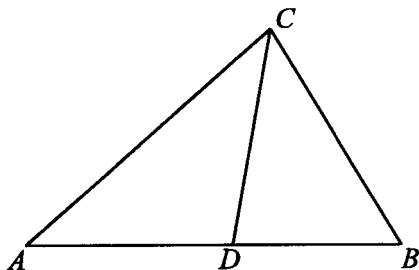
**22.\*** Основите на еден трапез имаат доджини  $18 \text{ cm}$  и  $12 \text{ cm}$ , а краците  $15 \text{ cm}$  и  $10 \text{ cm}$ . Одреди ги доджините на продолженијата на краците до нивната пресечна точка.

**23.\*** Во триаголникот  $ABC$  (црт. 19)  $CD$  е симетрала на аголот при темето  $C$ . Одреди ги отсечките  $AD$  и  $DB$  ако:

a)  $\overline{AC} = 12 \text{ cm}$ ,  $\overline{BC} = 8 \text{ cm}$ ,

$\overline{AB} = 30 \text{ cm}$ ;

б)  $\overline{AC} : \overline{BC} = 5 : 4$ ,  $\overline{AB} = 3,6 \text{ dm}$ .



Цртеж 19

**24.\***  $BD$  е симетрала на аголот, при темето  $B$ , на триаголникот  $ABC$ . Одреди:

a)  $\overline{BC}$ , ако  $\overline{AD} : \overline{DC} = 8 : 5$ ,  $\overline{AB} = 16 \text{ dm}$ ;

б)  $\overline{AC}$ , ако  $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 7$ ,  $\overline{DC} - \overline{AD} = 10 \text{ cm}$ .

**25.\*** Симетралата  $\overline{AD} = 4 \text{ cm}$  на аголот, при темето  $A$ , го дели триаголникот  $ABC$  на два триаголника. Пресметај ги периметрите на тие триаголници ако:

a)  $\overline{AB} = 8 \text{ cm}$ ,  $\overline{AC} = 7 \text{ cm}$ ,  $\overline{BC} = 12 \text{ cm}$ ;

б)  $\overline{AB} - \overline{AC} = 2 \text{ cm}$ ,  $\overline{BC} = 12,5 \text{ dm}$ ,  $\overline{DC} = 5 \text{ dm}$ .

## 1.6. КОНСТРУКЦИЈА НА ПРОПОРЦИОНАЛНИ ОТСЕЧКИ

1. Конструирај четврта геометриска пропорционала  $x$  според пропорцијата  $a:b = c:x$  ако:
  - а)  $a=3\text{ cm}$ ,  $b=4\text{ cm}$ ,  $c=3,5\text{ cm}$ ;      б)  $a=3,5\text{ cm}$ ,  $b=2,5\text{ cm}$ ,  $c=4\text{ cm}$ ;
2. Дадени се отсечките  $a = 4\text{ cm}$ ,  $b = 3\text{ cm}$ ,  $c = 5\text{ cm}$ . Конструирај ја отсечката  $x$  ако:
  - а)  $a:b = c:x$ ;
  - б)  $c:b = a:x$ ;
  - в)  $a:c = b:x$ .
3. Конструирај ја четвртата геометриска пропорционала  $x$  на трите отсечки, од пропорцијата, со должини во см:
  - а)  $4:x = 6:4,5$ ;
  - б)  $5:4 = x:3$ ;
  - в)  $x:4,5 = 6:5$ .
4. Дадени се отсечките  $a$ ,  $b$  и  $c$  (црт. 1). Конструирај отсечка  $x$ , така што да важи:

$$\begin{array}{c} a \\ \hline b \\ \hline c \end{array}$$

а)  $b:c = a:x$ ;  
 б)  $a:x = b:c$ ;  
 в)  $a:b = x:c$ .

Цртеж 1

5. Дадени се три отсечки  $a$ ,  $b$  и  $c$ . Конструирај ја отсечката  $x$ , чија должина е:
  - а)  $x = \frac{ac}{b}$ ;
  - б)  $x = \frac{bc}{a}$ ;
  - в)  $x = \frac{ab}{c}$ .

- 6\*. Дадени се отсечките  $a = 6\text{ cm}$ ,  $b = 3\text{ cm}$ ,  $c = 4\text{ cm}$ . Конструирај ја отсечката  $x$ , чија должина е:

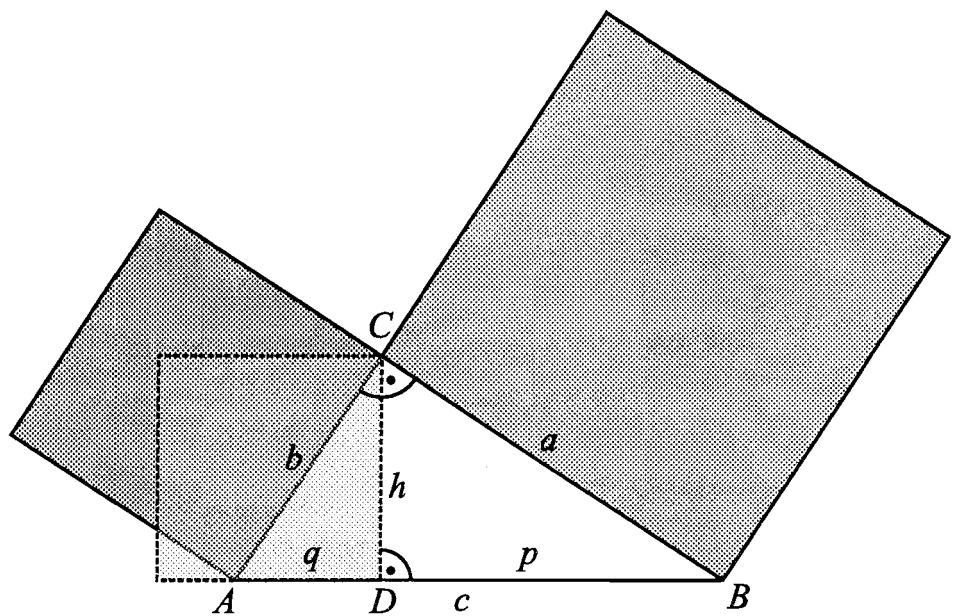
$$\text{а)} x = \frac{a^2}{c}; \quad \text{б)} x = \frac{a}{b}; \quad \text{в)} x = cb; \quad \text{г)} x = b^2.$$

- 7\*. Нека се дадени отсечките  $a$  и  $b$  ( $a > b$ ). Конструирај ја отсечката  $x$  ако важи:

$$\text{а)} 1:(a+b) = a:x; \quad \text{б)} a-b = b:x; \quad \text{в)} a:(a-b) = b:x.$$

- 8\*. Нацртај три произволни отсечки  $a$ ,  $b$  и  $c$ , така што  $a > b > c$ , а потоа конструирај ја отсечката  $x$ , чија должина е:

$$\text{а)} x = \frac{a+b}{c}; \quad \text{б)} x = \frac{bc}{a+c}; \quad \text{в)} x = \frac{bc}{a-b}; \quad \text{г)} x = \frac{b(b-c)}{a}.$$



## 2. СЛИЧНОСТ. ПИТАГОРОВА ТЕОРЕМА

### 2.1. ПОИМ ЗА СЛИЧНОСТ. СЛИЧНИ ТРИАГОЛНИЦИ

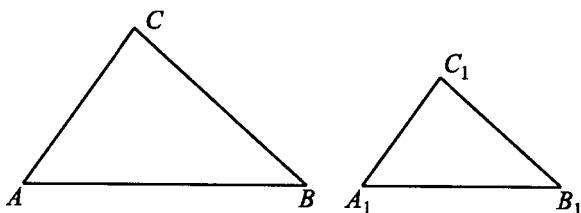
За два триаголника  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  се вели дека се слични ако посјестои биекција међу нивните темиња, шака што:

- Соодветније агли да им се еднакви;
- Соодветније стране да им се пропорционални, т.е. ако

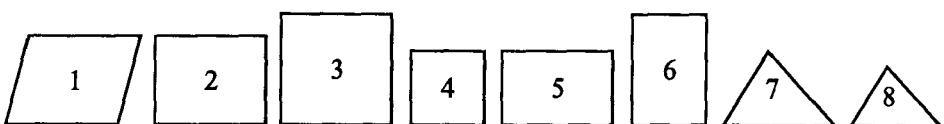
$$\angle A = \angle A_1, \angle B = \angle B_1, \angle C = \angle C_1$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B_1C_1}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A_1C_1}} = k, \text{ и то је } \Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1.$$

Бројот  $k$  се вика коефициент на сличност, а симболот „ $\sim$ “ – знак за сличност.



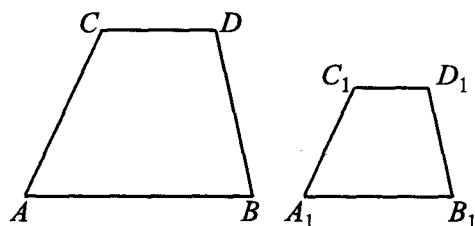
1. Препознај ги фигурите на црт. 1 што се слични.



Цртеж 1

2. На црт. 2 се дадени два трапеза. Измери ги соодветните страни и соодветните агли, а потоа:

- Спореди ги соодветните агли;
- Пресметај го односот на соодветните страни.
- Што можеш да заклучиш од а) и б)?



Цртеж 2

3. Дали се слични:

- Кои било два рамнокраки триаголници?
- Кои било два триаголници?
- Кои било два квадрати?

4. Дали правоаголникот, со димензии 8 см и 6 см, е сличен со правоаголникот што е со димензии 12 см и 9 см.

5. Триаголникот  $ABC$  е сличен со триаголникот  $PST$ . Напиши ги соодветните страни и соодветните агли.

6. Сличните триаголници  $ABC$  и  $MNS$  се рамнострани. Ако страната на првиот триаголник е 6 см, а страната на вториот триаголник е 3 см, одреди го коефициентот на сличноста.

7. Нацртај триаголник  $ABC$ , а потоа нацртај друг триаголник  $A_1B_1C_1$ , сличен на него, со коефициент на сличност:

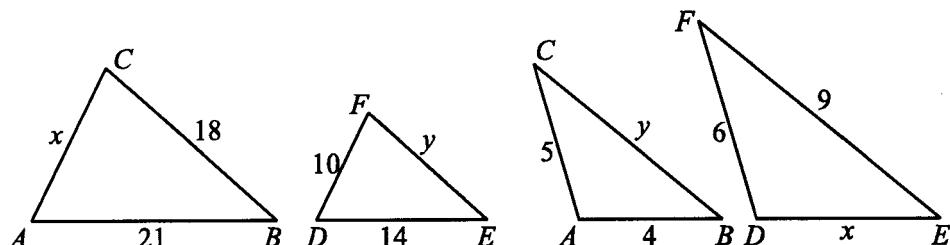
a)  $k = 2$ ;      b)  $k = \frac{3}{2}$ ;      в)  $k = 0,8$ .

8. Нацртај триаголник  $ABC$ , со страни  $a = 2$  см,  $b = 4$  см,  $c = 3$  см и триаголник  $A_1B_1C_1$ , сличен на него ако: а)  $k = \frac{2}{3}$ ; б)  $k = 1$ .

9. Нацртај два рамнострани триаголника, чии страни се однесуваат како  $2 : 1$ . Дали се слични тие триаголници?

10. Односот на соодветните страни на два слични триаголници е 2. Ако страните на вториот триаголник се 6 см, 7,5 см и 8 см, колкави се страните на првиот триаголник?

11. Триаголникот  $ABC$  е сличен на триаголникот  $DEF$  (црт. 3). Одреди ги непознатите страни според податоците дадени на цртежот.

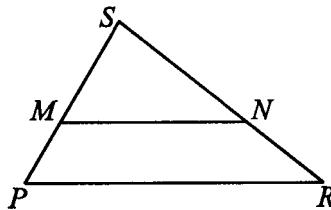


Цртеж 3

12. На црт. 4  $\Delta ABC \sim \Delta MNS$ . Пресметај ги должините на страните  $PS$  и  $MN$ , ако:

а)  $\overline{SN} = 4,8$  см,  $\overline{SM} = 5$  см,  $\overline{PR} = 15$  см,  $\overline{SR} = 12$  см;

б)  $\overline{SN} = 3,3$  дм,  $\overline{PM} = 5,1$  см,  $\overline{PR} = 10$  см,  $\overline{NR} = 1,7$  см.

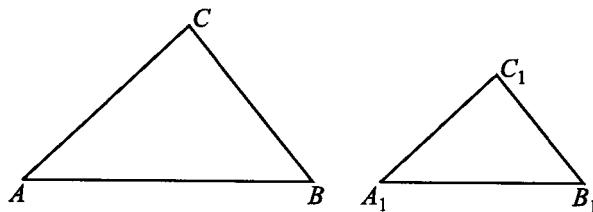


Цртеж 4

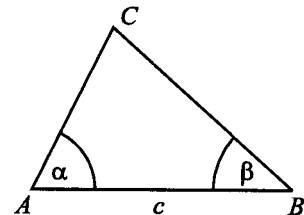
## 2.2. ПРИЗНАЦИ ЗА СЛИЧНОСТ НА ТРИАГОЛНИЦИ

### 2.2.1. ПРВ ПРИЗНАК ЗА СЛИЧНИ ТРИАГОЛНИЦИ

*Два ѕтриаголника се слични ако два агла од едниот ѕтриаголник се еднакви со два агла од другиот ѕтриаголник.*

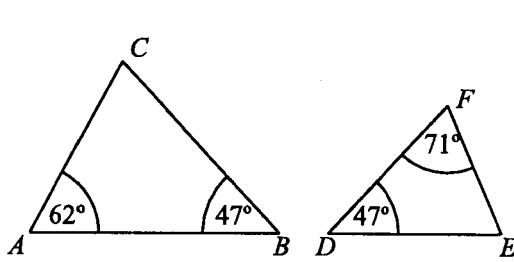


- На црт. 1 е даден триаголник  $ABC$ , со страна  $c = 4$  см и агли  $\alpha = 59^\circ$  и  $\beta = 40^\circ$ . Нацртај друг триаголник  $A_1B_1C_1$ , со страна  $c_1 = 6$  см и агли  $\alpha_1 = 59^\circ$  и  $\beta_1 = 40^\circ$ . Што можеш да кажеш за тие два триаголника?

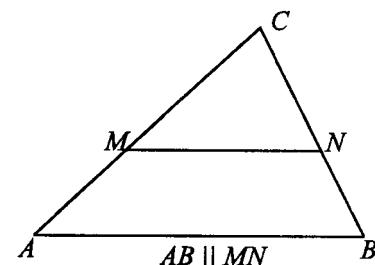


Цртеж 1

- За триаголникот  $ABC$  дадени се аглите  $\angle A = 69^\circ$  и  $\angle B = 54^\circ$ , а за триаголникот  $TNM$  аглите:  $\angle M = 57^\circ$  и  $\angle T = 69^\circ$ . Дали се слични тие триаголници?
- Испитај дали се слични триаголниците на црт. 2, а) и б) и зошто?



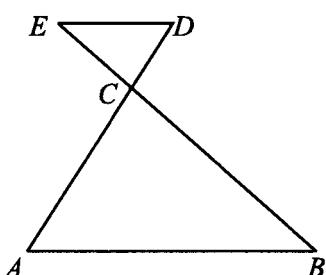
а)



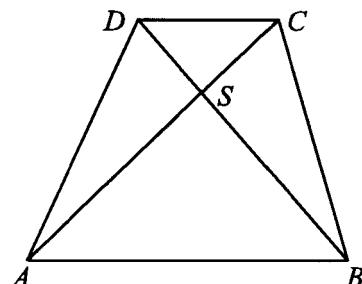
б)

Цртеж 2

4. На цртежот 3  $DE \parallel AB$ . Докажи дека  $\Delta ABC \sim \Delta DEC$ , а потоа запиши ја пропорционалноста на соодветните страни на сличните триаголници.

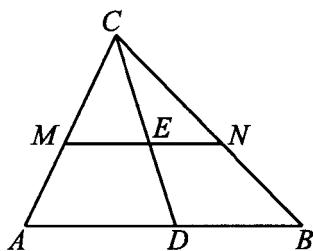


Цртеж 3

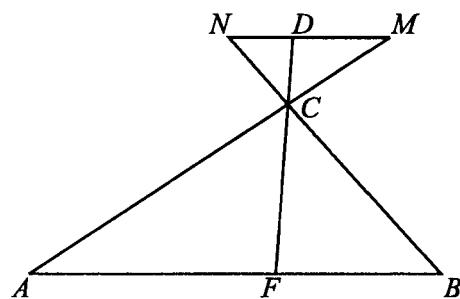


Цртеж 4

5. Во трапезот  $ABCD$  (црт. 4) дијагоналите  $AC$  и  $BD$  се сечат во точката  $S$ . Докажи дека  $\Delta ABS \sim \Delta CDS$ .
6. На црт. 5  $MN \parallel AB$ . Запиши ги сите парови слични триаголници.



a)



b)

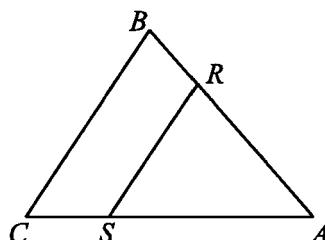
Цртеж 5

7. На црт. 6  $RS \parallel BC$ . Пресметај ги другите страни на триаголниците ако:

a)  $\overline{AC} = 24 \text{ cm}$ ,  $\overline{AB} = 21 \text{ cm}$ ,  
 $\overline{RS} = 10 \text{ cm}$ ,  $\overline{AR} = 14 \text{ cm}$ ;

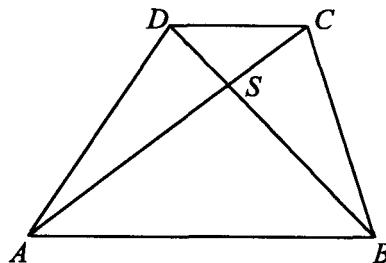
b)  $\overline{AB} = 16 \text{ cm}$ ,  $\overline{BC} = 20 \text{ cm}$ ,  
 $\overline{AR} = 12 \text{ cm}$ ,  $\overline{AC} - \overline{AS} = 6 \text{ cm}$ ;

v)  $\overline{AS} = 2,1 \text{ dm}$ ,  $\overline{CA} = 3,5 \text{ dm}$ ,  
 $\overline{AR} = 2,7 \text{ dm}$ ,  $\overline{BC} + \overline{RS} = 3,2 \text{ dm}$ .



Цртеж 6

8. Во трапезот  $ABCD$  (црт. 7)  $\Delta ABS \sim \Delta CDS$ . Одреди ја должината на  $AC$  и  $BD$ , ако  
 $\overline{AB} = 20$  см,  $\overline{CD} = 8$  см,  
 $\overline{AS} = 15$  см,  $\overline{SD} = 5$  см.



Цртеж 7

- 9\*. Даден е трапезот  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ). Точката  $S$  е пресечна точка на дијагоналите.

Ако  $\overline{AB} = 9$  см,  $\overline{AC} = 12$  см и  $\overline{SC} = 4$  см, пресметај ја должината на средната линија на трапезот.

- 10\*. Даден е трапезот  $ABCD$ , при што  $S$  е пресечна точка на дијагоналите, а отсечките  $BC$  и  $AD$  се основи на трапезот. Ако

$\overline{BS} : \overline{SD} = \frac{3}{10} : \frac{2}{3}$  и средната линија  $m = 29$  см, пресметај го односот

$\overline{AS} : \overline{SC}$  и основите на трапезот.

- 11\*. Во трапезот  $ABCD$  дијагоналите  $AC$  и  $BD$  се сечат во точката  $O$ .

Ако  $\overline{AO} = 10,5$  см,  $\overline{CO} = 4,5$  см,  $\overline{AB} - \overline{CD} = 12$  см, пресметај ги основите на трапезот.

- 12\*. Во трапезот  $ABCD$  повлечена е дијагоналата  $BD$ , при што  $\angle DAB = \angle DBC$ . Одреди ја должината на дијагоналата  $BD$  ако се познати неговите основи:  $\overline{CD} = 12$  см и  $\overline{AB} = 27$  см.

- 13\*. Основите на еден трапез се однесуваат како  $9 : 5$ , а еден од краците е 16 см. За колку треба да се продолжи тој крак за да се пресече со продолжението на другиот крак?

14. Во трапезот  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ) краците  $\overline{AD} = 2$  dm и  $\overline{BC} = 1,6$  dm се продолжени до пресекот во точката  $M$ . Одреди ја должината на отсечката  $BM$ , ако  $\overline{AM} = 2,5$  dm.

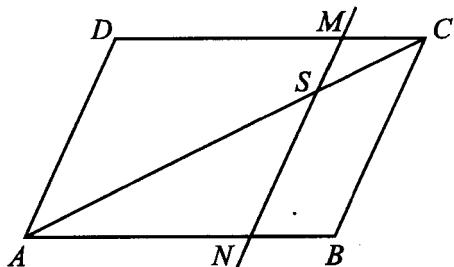
15. Во трапезот  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ) дијагоналите се сечат во точката  $O$ . Одреди ги  $\overline{BO}$  и  $\overline{OD}$ , ако  $\overline{AO} = 5$  см,  $\overline{OC} = 4$  см,  $\overline{BD} = 13,5$  см.

- 16\*. Симетралата на острвиот агол на еден паралелограм ја дели помалата дијагонала на отсечки со должина 1,6 см и 4,4 см.

Пресметај ги страните на паралелограмот ако неговиот периметар е 15 cm.

- 17.\* Во триаголникот  $ABC$  со страни  $\overline{AC} = 15$  cm и  $\overline{BC} = 10$  cm повлечена е симетралата  $CD$  на  $\angle C$ . Низ точката  $D \in AB$  повлечена е права  $DM \parallel AC$ . Одреди ја должината на отсечките  $BM$ ,  $CM$  и  $DM$ .

- 18.\* На црт. 8 точката  $M$  ја дели страната  $DC$  на паралелограмот  $ABCD$  во однос  $3 : 2$ . Одреди ги должините на отсечките на дијагоналата  $\overline{AC} = 11$  cm, добиени со точката  $S$  ако правата  $MS \parallel BC$ .



Цртеж 8

19. Нацртај два правоаголни триаголници, така што еден остат агол на првиот триаголник да биде  $32^\circ$ , а несоодветниот остат агол на другиот триаголник е  $58^\circ$ . Образложи зошто се слични овие триаголници.

20. Правоаголниот триаголник  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ) е сличен со правоаголниот триаголник  $DMN$  ( $\angle N = 90^\circ$ ). Пресметај ги периметрите на тие триаголници ако  $\overline{AC} = 7,5$  cm,  $\overline{AB} = 12,5$  cm,  $\overline{MN} = 4$  cm и  $\overline{DN} = 3$  cm .

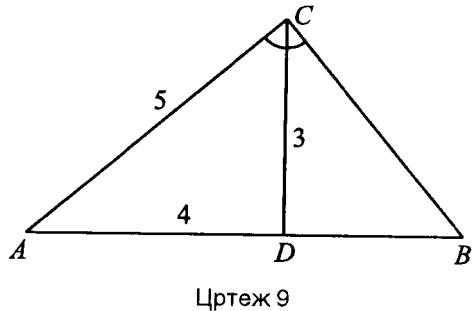
21. Во правоаголниот триаголник  $ABC$  катетата  $\overline{BC} = 4,8$  cm , а хипотенузата  $\overline{AB} = 6$  cm . Конструирај триаголник  $A_1B_1C_1$  сличен на  $\Delta ABC$  ако:

a)  $k = 2$ ;      b)  $\overline{A_1B_1} = 5$  cm;      в)  $\overline{B_1C_1} = 2,4$  cm .

22. Во правоаголниот триаголник  $ABC$  повлечена е висината од темето на правиот агол кон хипотенузата, при што се добиени неколку правоаголни триаголници. Кој од нив е сличен со триаголникот  $ABC$  и зошто?

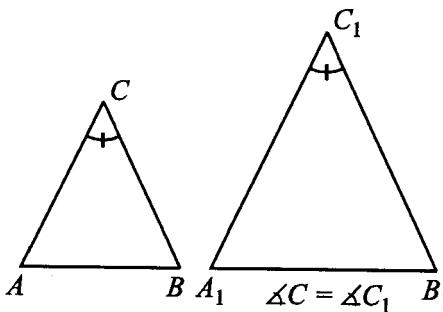
23. Колкава е висината на фабрички оџак, кој на хоризонтална рамнина фрла сенка долга 60 m ако во исто време дрво високо 2,5 m фрла сенка 4 m.

- 24.\* Во правоаголниот триаголник  $ABC$  повлечена е висината од темето на правиот агол кон хипотенузата (црт. 9). Пресметај го периметарот и плоштината на триаголникот  $ABC$  според дадените податоци на цртежот во сантиметри.

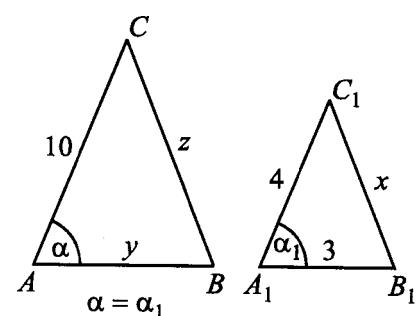


Цртеж 9

25. Дали се слични рамнокраките триаголници  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  (црт. 10) и зошто?



Цртеж 10



Цртеж 11

26. Дадени се рамнокраките триаголници  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  (црт. 11), каде што  $\alpha = \alpha_1$ . Пресметај ги страните  $x$ ,  $y$  и  $z$  според податоците на цртежот.
27. За два рамнокраки триаголника познато е дека аглите при темето  $C$  и темето  $C_1$  им се еднакви. Ако соодветните основи се однесуваат како  $3 : 5$ , колкав е односот на соодветните краци и колкав е коефициентот на сличност?
28. Основата и кракот на еден рамнокрак триаголник имаат дужини  $8\text{ cm}$  и  $10\text{ cm}$ . Колкава е дужината на соодветните страни на рамнокракиот триаголник, сличен со него, ако коефициентот на сличност е  $0.8$ ?
29. Аголот при врвот на рамнокрак триаголник е  $72^\circ$ , а аголот на основата на друг рамнокрак триаголник е  $54^\circ$ . Докажи дека тие триаголници се слични.

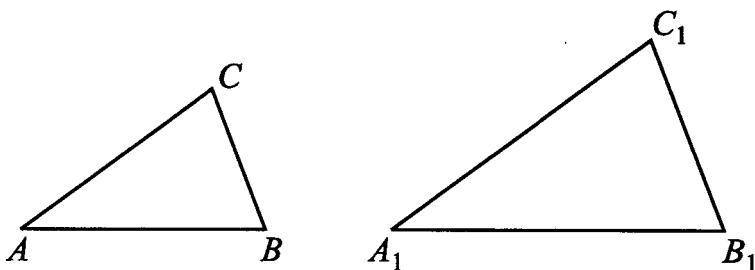
30. Рамнокраките триаголници  $ABC$  и  $RST$  имаат еднакви агли при врвот ( $\angle C = \angle T$ ). Кракот на триаголникот  $ABC$  е 15 cm, а основата и кракот на триаголникот  $RST$  се 12 cm и 9 cm. Одреди го периметарот на триаголникот  $ABC$ .

31.\* Низ точката  $M \in AC$  во рамнокрак триаголник  $ABC$  ( $\overline{AC} = \overline{BC}$ ) повлечена е права  $MN \parallel AB$  ( $N \in BC$ ). Одреди ја должината на отсечката  $MN$  ако  $\overline{MN} = \overline{NB}$  и ако основата на триаголникот е 6 cm, а кракот 4 cm.

32.\* Аголот при врвот на рамнокрак триаголник е  $36^\circ$ . Докажи дека симетралата на еден од аглите на основата го дели триаголникот на два рамнокраки триаголници, слични со дадениот.

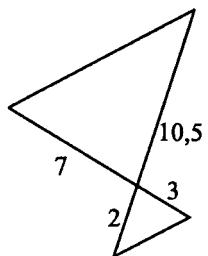
## 2.2.2. ВТОР ПРИЗНАК ЗА СЛИЧНИ ТРИАГОЛНИЦИ

*Ако две страни на еден триаголник се соодветно пропорционални на две страни од друг триаголник и агли меѓу тие две страни им се еднакви, тогаш тие триаголници се слични.*

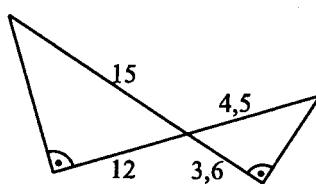


- Даден е триаголник  $ABC$  со страни  $\overline{AB} = 8 \text{ cm}$ ,  $\overline{AC} = 6 \text{ cm}$  и агол  $\angle A = 58^\circ$ . Конструирај триаголник  $A_1B_1C_1$ , сличен на дадениот, со страни двапати помали од страните на триаголникот  $ABC$  и  $\angle A_1 = 58^\circ$ .

2. Кои триаголници на црт. 1 се слични?



a)



b)

Цртеж 1

3. Познати се по три соодветни елементи на триаголникот  $ABC$ , триаголникот  $MNR$  и триаголникот  $PQS$ . Кои од нив се слични ако е дадено за:

$$ABC: \angle C = 66^\circ, \overline{AC} = 21 \text{ cm}, \overline{BC} = 9 \text{ cm};$$

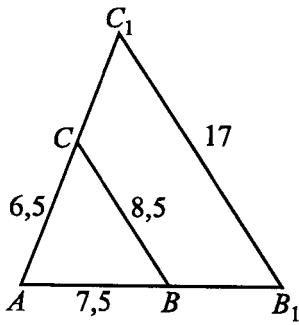
$$MNR: \angle R = 66^\circ, \overline{MR} = 35 \text{ cm}, \overline{NR} = 25 \text{ cm};$$

$$PQS: \angle S = 66^\circ, \overline{PS} = 28 \text{ cm}, \overline{QS} = 12 \text{ cm}.$$

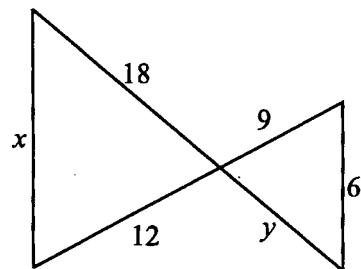
4. На цртежот 2 дадени се триаголниците  $ABC$  и  $AB_1C_1$ , при што

$$\overline{AB} : \overline{AB_1} = \overline{AC} : \overline{AC_1} = \frac{1}{2}.$$

- a) Зошто триаголникот  $ABC$  е сличен со триаголникот  $AB_1C_1$ ?  
б) Пресметај ги страните на триаголниците.



Цртеж 2



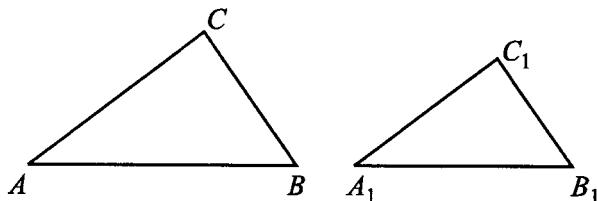
Цртеж 3

5. На црт. 3 триаголниците се слични. Одреди ги должините на отсечките  $x$  и  $y$  според податоците на цртежот.

6. Триаголниците  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  се рамноокраци. Ако  $ABC$  има еден агол  $50^\circ$  и крак  $6 \text{ cm}$ , а триаголникот  $A_1B_1C_1$  има агол  $65^\circ$  и крак од  $9 \text{ cm}$ , зошто тие се слични?
7. Аглите при темињата  $B$  и  $B_1$  на рамнокраките триаголници  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  се еднакви. Кракот и основата на првиот триаголник се  $17 \text{ cm}$  и  $10 \text{ cm}$ , а основата на вториот триаголник е  $8 \text{ cm}$ . Да се пресмета должината на кракот на триаголникот  $A_1B_1C_1$ .
8. Остриот агол на еден правоаголен триаголник е  $58^\circ$ , а кај друг правоаголен триаголник  $32^\circ$ . Дали овие триаголници се слични?
- 9\*. За триаголникот  $ABC$  и триаголникот  $PQS$  се дадени:  $\angle A = \angle P$  и  $\frac{\overline{AB}}{\overline{PQ}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{PS}} = \frac{4}{5}$ . Пресметај ги страните  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{PQ}$  и  $\overline{PS}$  ако  $\overline{AC} + \overline{PS} = 27 \text{ cm}$ , а  $\overline{PQ} - \overline{AB} = 4,2 \text{ cm}$ .
- 10\*. За триаголникот  $ABC$  и триаголникот  $A_1B_1C_1$  се знае дека  $\angle B = \angle B_1$  и страните на првиот триаголник, што го зафаќаат  $\angle B$ , се 2,5 пати поголеми од соодветните страни на другиот триаголник. Да се пресметаат должините на страните  $AC$  и  $A_1C_1$  ако  $\overline{AC} + \overline{A_1C_1} = 2,8 \text{ dm}$ .
- 11\*. Во триаголниците  $ABC$  и  $MNS$  дадени се:  $\angle C = \angle S$ ,  $\overline{AB} = \frac{4}{3}\overline{MN}$  и  $\overline{NS} = 0,75\overline{BC}$ . Одреди ги  $\overline{AC}$  и  $\overline{MS}$  ако  $\overline{AC} - \overline{MS} = 5 \text{ cm}$ .
- 12\*. Во триаголникот  $ABC$  повлечена е полуправа  $BD$ , така што  $\angle ABC = \angle BDC$ . Одреди ги должините на отсечките  $AD$  и  $DC$  ако  $\overline{BC} = 2 \text{ dm}$  и  $\overline{AC} = 4 \text{ dm}$  (точката  $D$  е меѓу точките  $A$  и  $C$ ).
- 13\*. Во триаголникот  $ABC$  повлечена е полуправа  $BD$ , така што  $\angle BDC = \angle ABC$ , а на страната  $AC$  се добиваат отсечките  $\overline{AD} = 7 \text{ cm}$  и  $\overline{DC} = 9 \text{ cm}$ . Одреди ја должината на страната  $BC$  и односот  $\overline{BD}:\overline{BA}$  (точката  $D$  е меѓу точките  $A$  и  $C$ ).
- 14\*. Во триаголникот  $ABC$ , со страни  $a=8 \text{ cm}$ ,  $b=16 \text{ cm}$  и  $c=12 \text{ cm}$ , повлечена е правата  $MN \parallel AC$ , така што  $\overline{AM} = \overline{BN}$ . Одреди ја  $\overline{MN}$ .

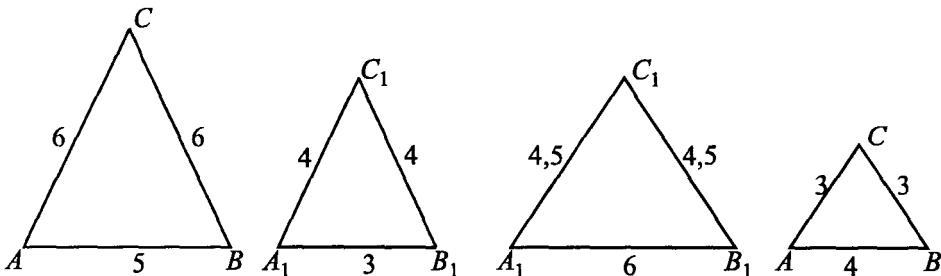
### 2.2.3. ТРЕТ ПРИЗНАК ЗА СЛИЧНИ ТРИАГОЛНИЦИ

Ако *шриите страни на еден триаголник се пропорционални со шриите страни на друг триаголник, тогаш тие триаголници се слични.*



- Нацртај триаголник  $ABC$ , чии страни се:  $\overline{AB} = 4 \text{ cm}$ ,  $\overline{BC} = 3 \text{ cm}$  и  $\overline{AC} = 2,5 \text{ cm}$ . Конструирај триаголник  $A_1B_1C_1$  со двапати поголеми страни од триаголникот  $ABC$ . Измери ги соодветните агли кај двета триаголника и спореди ги. Дали вака добиениот триаголник  $A_1B_1C_1$  е сличен со триаголникот  $ABC$ ?
- Должините на страните на триаголникот  $ABC$  се:  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $b = 6,5 \text{ cm}$  и  $c = 7 \text{ cm}$ , а должините на триаголникот  $A_1B_1C_1$  се:  $a_1 = 4 \text{ cm}$ ,  $b_1 = 5,2 \text{ cm}$ , и  $c_1 = 5,6 \text{ cm}$ . Дали овие триаголници се слични?
- Должините на страните на триаголникот  $ABC$  се:  $9 \text{ cm}$ ,  $15 \text{ cm}$  и  $21 \text{ cm}$ . Одреди ги страните на триаголникот  $A_1B_1C_1$ , сличен со триаголникот  $ABC$  ако коефициентот на сличност е:
  - $k = \frac{5}{4}$ ;
  - $k = 0,5$ .
- Должините на страните на еден триаголник се:  $a = 13,5 \text{ cm}$ ,  $b = 7,5 \text{ cm}$  и  $c = 4,5 \text{ cm}$ . Најди ги должините на страните на друг триаголник, сличен на првиот, ако:
  - $a_1 = 7,2 \text{ cm}$ ;
  - $b_1 = 15 \text{ cm}$ .
- Страните на еден триаголник се со должини:  $5 \text{ cm}$ ,  $7 \text{ cm}$  и  $10 \text{ cm}$ , а најдлгата страна на друг триаголник, сличен на дадениот, е  $8 \text{ cm}$ . Најди ги должините на страните на другиот триаголник.

- 6.\* Должините на страните на еден правоаголен триаголник се: 9 cm, 15 cm и 12 cm. Најди ја должината на висината, спуштена кон хипотенузата на правоаголен триаголник, сличен на дадениот, ако неговата хипотенуза е 2,5 пати помала од хипотенузата на дадениот триаголник.
7. На црт. 1 дадени се рамнокраките триаголници  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$ . Утврди дали се слични тие триаголници.

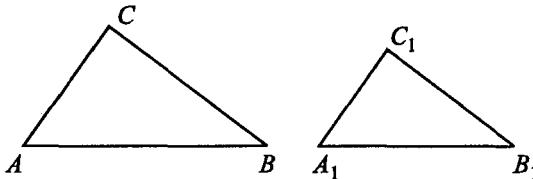


Цртеж 1

8. Должините на страните на триаголникот  $ABC$  се  $a = 6$  cm,  $b = 4,5$  cm и  $c = 3,6$  cm. Конструирај триаголник  $A_1B_1C_1$ , сличен на триаголникот  $ABC$ , ако должината на страната:
- a)  $a_1 = 4$  cm;      б)  $c_1 = 6$  cm;      в)  $b_1 = 3$  cm .
9. Должините на страните на триаголникот  $A_1B_1C_1$ : се  $a_1 = 3$  cm,  $b_1 = 4$  cm и  $c_1 = 6$  cm. Конструирај триаголник  $ABC$ , сличен на триаголникот  $A_1B_1C_1$ , ако коефициентот на сличност е:
- a)  $k = \frac{1}{2}$ ;      б)  $k = 1,2$ ;      в)  $k = 1$ .
- 10.\* Нива, во форма на правоаголен триаголник, на една скица е претставена со должини на страните 5,5 cm, 5 cm и 4,5 cm, во размер 1 : 4 000. Најди ги должините на страните на таа нива на теренот.

### 2.3. ОДНОС НА ПЕРИМЕТРИТЕ КАЈ СЛИЧНИ ТРИАГОЛНИЦИ

За трајаголникот  $\overline{ABC}$ , сличен на трајаголникот  $\overline{A_1B_1C_1}$ , е точно:



$$\frac{L}{L_1} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B_1C_1}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A_1C_1}} = k,$$

каде што  $L$  и  $L_1$  се, соодветно, периметрите на трајаголниците.

1. Трајаголникот  $\overline{ABC}$ , со страни  $\overline{AB} = 6 \text{ cm}$ ,  $\overline{BC} = 9 \text{ cm}$  и  $\overline{AC} = 12 \text{ cm}$ , е сличен на трајаголникот  $\overline{A_1B_1C_1}$  со коефициент на сличност  $k$ . Пресметај го периметарот на трајаголникот  $\overline{A_1B_1C_1}$  ако:

a)  $k = 2$ ;      б)  $k = \frac{1}{2}$ ;      в)  $k = 1,5$ .

2. Пресметај го периметарот на трајаголникот  $\overline{ABC}$ , кој е сличен на трајаголникот  $\overline{A_1B_1C_1}$ , ако:

a)  $a_1 = 9 \text{ cm}$ ,  $b_1 = 5 \text{ cm}$ ,  $c_1 = 7 \text{ cm}$  и  $k = \frac{2}{3}$ ;

б)  $a_1 = 1 \text{ dm}$ ,  $b_1 = 9 \text{ cm}$ ,  $c_1 = 1,3 \text{ dm}$  и  $k = \frac{5}{4}$ .

3. Соодветните страни  $c$  и  $c_1$  на два слични трајаголници се  $7,5 \text{ cm}$  и  $10 \text{ cm}$ . Пресметај го периметарот на поголемиот трајаголник ако периметарот на помалиот трајаголник е  $60 \text{ cm}$ .

4. Трајаголникот  $\overline{ABC}$  со страни:  $a = 12 \text{ cm}$ ,  $b = 18 \text{ cm}$  и  $c = 15 \text{ cm}$ , е сличен на трајаголникот  $\overline{A_1B_1C_1}$ . Одреди го периметарот на трајаголникот  $\overline{A_1B_1C_1}$  ако  $b_1 = 24 \text{ cm}$ .

5. Периметрите на два слични трајаголници се  $24 \text{ cm}$  и  $36 \text{ cm}$ . Ако страната  $a$  на првиот трајаголник е  $8 \text{ cm}$ , колка е должината на соодветната страна  $a_1$  на вториот трајаголник?

6. Страните на еден триаголник се 3 cm, 2,5 cm и 4 cm. Одреди ги дожините на страните на друг триаголник, сличен на дадениот, чиј периметар е 34,2 cm.
7. Пресметај го периметарот на триаголникот  $A_1B_1C_1$ , сличен на триаголникот  $ABC$ , ако:
- $a = 30 \text{ cm}$ ,  $b = 38 \text{ cm}$ ,  $c = 40 \text{ cm}$  и  $a_1 = 15 \text{ cm}$ ;
  - $a = 8 \text{ cm}$ ,  $b = 7,2 \text{ cm}$ ,  $c = 5,5 \text{ cm}$  и  $b_1 = 4,8 \text{ cm}$ .
8. Периметрите на два слични рамнокраки триаголника се 51 cm и 68 cm, а основата на помалиот триаголник е 15 cm. Пресметај ги дожините на страните на другиот триаголник?
9. Периметрите на два слични рамнокраки триаголника се 4,8 dm и 3,6 dm, а кракот на првиот има дожина 15 cm. Одреди ги дожините на страните на вториот триаголник.
10. Хипотенузите на два слични правоаголни триаголника се 12 cm и 15 cm, а катетата на првиот триаголник е 7,2 cm. Колкава е дожината на соодветната катета на другиот триаголник?
11. Периметрите на два слични триаголника се однесуваат како 5:2. Ако една страна и соодветната висина на првиот триаголник се 8 cm и 6 cm, пресметај ги дожините на соодветната страна и нејзината висина на другиот триаголник.
12. Кофициентот на сличност на два триаголника е  $k = \frac{3}{5}$ , а висината на вториот триаголник е  $h_1 = 4,5 \text{ cm}$ . Пресметај ја дожината на соодветната висина на првиот триаголник.
13. Периметрите на два слични триаголника се 18 cm и 24 cm, а висината на вториот триаголник е 8 cm. Пресметај ја висината на првиот триаголник.
14. Триаголниците  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  се слични, а соодветните страни се  $b = 7,5 \text{ cm}$  и  $b_1 = 9 \text{ cm}$ . Колкава е висината  $h_1$ , спуштена на страната  $b_1$ , ако висината, спуштена врз страната  $b$ , е  $h = 6 \text{ cm}$ ?
15. Основите на два слични рамнокраки триаголника се 7 cm и 10,5 cm. Колкава е висината на вториот триаголник ако висината на првиот триаголник е 5,1 cm?

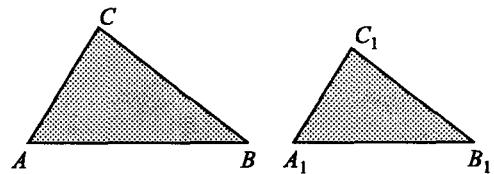
- 16.\* Соодветните страни на два слични триаголника се 5 см и 2 см, а разликата на нивните периметри е 60 см. Одреди ги периметрите на тие триаголници.
- 17.\* Страните на триаголникот  $ABC$  се однесуваат како 3:4:5. Ако тој триаголник е сличен со триаголникот  $A_1B_1C_1$ , чиј периметар е 18 см, одреди ги должините на страните на вториот триаголник.
- 18.\* Страните на еден триаголник се однесуваат како 4 : 5 : 6, а помалата страна на него сличен триаголник, е 8 см. Определи го периметарот на вториот триаголник.
- 19.\* Периметарот на еден триаголник е  $\frac{11}{13}$  од периметарот на друг сличен со него триаголник. Разликата на две соодветни страни е 10 см. Одреди ги должините на тие две страни.
- 20.\* Најмалите соодветни страни на два слични триаголници се долги 9 см и 6 см. Ако збирот на периметрите на триаголниците е 145 см, одреди ги периметрите на тие триаголници.
- 21.\* Периметрите на два слични рамнокраци триаголници се однесуваат како 2 : 3. Ако збирот на основите на триаголниците е 7,5 dm, пресметај ги должините на основите на триаголниците.
- 22.\* Периметрите на два слични триаголници се однесуваат како 5 : 3, а разликата на соодветните висини е 3,4 см. Пресметај ги висините на триаголниците.

## 2.4. ОДНОС НА ПЛОШТИНИТЕ НА ДВА СЛИЧНИ ТРИАГОЛНИКА

За  $\overline{\text{триаголникот}} ABC$ , сличен со  $\overline{\text{триаголникот}} A_1B_1C_1$ , е точно:

$$\frac{P}{P_1} = \frac{\overline{AB}^2}{\overline{A_1B_1}^2} = \frac{\overline{BC}^2}{\overline{B_1C_1}^2} = \frac{\overline{AC}^2}{\overline{A_1C_1}^2} = k^2,$$

каде што  $P$  и  $P_1$  се, соодветно, плоштините на  $\overline{\text{триаголници}}$ .



- Плоштините на два слични триаголника се однесуваат како  $16 : 49$ .  
Како се однесуваат:
  - соответните страни;
  - соответните висини;
  - радиусите на вписаните кружници?
- Плоштините на два слични триаголника  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$ , со страни  $a$  и  $a_1$  се, соодветно,  $9 \text{ cm}^2$  и  $25 \text{ cm}^2$ . Ако основата  $a = 6 \text{ cm}$ , пресметај ги основата  $a_1$  и соодветните висини  $h$  и  $h_1$ .
- Нацртај триаголник  $ABC$ , а потоа конструирај триаголник  $PRS$  со плоштина четирипати поголема од плоштината на дадениот триаголник. Дали триаголникот  $ABC$  е сличен со триаголникот  $PRS$  и зошто?
- Страната  $c$  на триаголникот  $ABC$  е  $9 \text{ cm}$ , а соодветната висина  $h = 6 \text{ cm}$ . Пресметај ја страната  $c_1$  и висината  $h_1$  на триаголникот  $A_1B_1C_1$  што има плоштина  $48 \text{ cm}^2$  и е сличен на триаголникот  $ABC$ .
- Плоштината на триаголникот  $ABC$ , сличен на триаголникот  $A_1B_1C_1$ , е  $12,25 \text{ cm}^2$ , а коефициентот на сличност  $k = 0,5$ . Пресметај ја плоштината на триаголникот  $A_1B_1C_1$ .
- Оносот на плоштините на два слични триаголници е  $36 : 25$ . Како се однесуваат соодветните страни  $c$  и  $c_1$  и соодветните радиуси на описаните кружници на сличните триаголници?
- Плоштините на два слични триаголници се однесуваат како:
  - $4 : 9$ ;
  - $12\frac{1}{4} : 6,25$ .

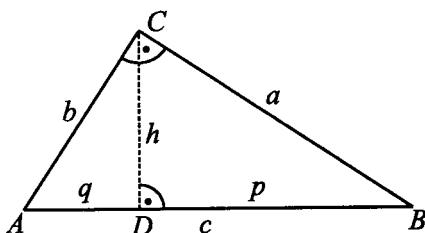
Одреди го односот на периметрите на тие триаголници.

- Оносот на страните на два слични триаголници е  $4 : 5$ . Кој е односот на нивните плоштини?
- Оносот на хипотенузите на два слични правоаголни триаголници е  $2,6$ . Кој е односот на периметрите, а кој на плоштините на тие триаголници?

10. Соодветните страни на два слични триаголници се  $a$  и  $a_1$ , а плоштината на првиот триаголник е  $24 \text{ cm}^2$ . Пресметај ја плоштината на другиот триаголник ако:
- а)  $a : a_1 = 4 : 9$ ;      б)  $a : a_1 = \frac{1}{3} : \frac{1}{2}$ ;      в)  $a : a_1 = 1,2$ .
- 11.\* Страната  $AB$  на триаголникот  $ABC$  поделена е на три еднакви отсечки и низ краевите на отсечките се повлечени паралелни прави на страната  $BC$ . Пресметај како се однесуваат плоштините на секои два триаголника, добиени со повлекување на паралелните прави.
- 12.\* Даден е триаголник  $ABC$ . Средната линија  $MN$ , паралелна со  $AB$ , го дели триаголникот на два дела: на триаголник и трапез. Каков е односот на плоштините на триаголникот и трапезот?
- 13.\* Страните на еден триаголник изнесуваат  $8 \text{ cm}$ ,  $14 \text{ cm}$  и  $18 \text{ cm}$ . Одреди ги страните и плоштините на триаголник, чија плоштина е  $\frac{1}{4}$  од плоштината на дадениот.
- 14.\* Страната на еден рамностран триаголник е 3 пати подолга од страната на друг рамностран триаголник. Кој е односот на периметрите, а кој на нивните плоштини?
- 15.\* Катетите на еден правоаголен триаголник се  $6 \text{ cm}$  и  $8 \text{ cm}$ , а на друг правоаголен триаголник се  $9 \text{ cm}$  и  $12 \text{ cm}$ . Како се однесуваат нивните плоштини?
16. Периметрите на два слични триаголници се однесуваат како  $2 : 3$ , а плоштината на поголемиот триаголник е  $63 \text{ dm}^2$ . Одреди ја плоштината на помалиот триаголник.
- 17.\* Страната  $AB$  на триаголникот  $ABC$ , со точката  $D$ , е разделена на две отсечки со должини:  $3 \text{ cm}$  и  $5 \text{ cm}$ . Низ точката  $D$  е повлечена права, паралелна со страната  $AC$ . Одреди го односот на плоштините на триаголниците.
- 18.\* Збирот на плоштините на два слични триаголници е  $100 \text{ cm}^2$ , а две соодветни страни се однесуваат како  $3 : 4$ . Пресметај ја плоштината на секој триаголник.

- 19.\* Разликата на плоштините на два слични триаголници е  $80 \text{ cm}^2$ , а односот на периметрите е  $5 : 3$ . Пресметај ги плоштините на триаголниците.
- 20.\* Висините на два слични триаголници се  $18 \text{ cm}$  и  $15 \text{ cm}$ , а разликата на нивните плоштини е  $33 \text{ cm}^2$ . Пресметај ги плоштините на тие триаголници.
21. Основите на два слични рамнокраки триаголници се однесуваат како  $3 : 2$ . Пресметај ја плоштината на помалиот триаголник ако плоштината на поголемиот е  $5,49 \text{ dm}^2$ .
- 22.\* Катетите на правоаголниот триаголник  $ABC$  се  $a = 12 \text{ cm}$  и  $b = 6 \text{ cm}$ . Во него е вписан квадрат, така што едниот агол се совпаѓа со правиот агол на триаголникот. Одреди го односот на плоштините на триаголникот и квадратот.
- 23.\* Во триаголникот  $ABC$ , со основа  $\overline{AB} = 24 \text{ cm}$  и висина  $\overline{CD} = 8 \text{ cm}$ , е вписан правоаголник  $DERS$  така што поголемата страна на правоаголникот лежи врз основата на триаголникот. Како се однесуваат плоштините на правоаголникот и триаголникот ако страните на правоаголникот се однесуваат како  $2 : 1$ .

## 2.5. СЛИЧНОСТ ВО ПРАВОАГОЛЕН ТРИАГОЛНИК

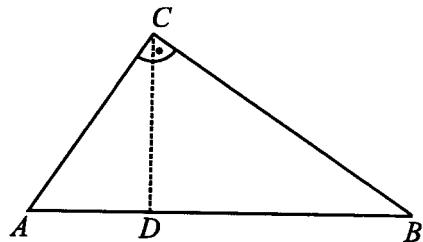


*Евклидови теореми:*

$$a^2 = p \cdot c; b^2 = q \cdot c \text{ и} \\ h^2 = p \cdot q;$$

1. Катетите на еден правоаголен триаголник се  $3,5 \text{ cm}$  и  $4 \text{ cm}$ , а на друг  $7 \text{ cm}$  и  $8 \text{ cm}$ . Дали се слични тие триаголници и зошто?

2. На црт. 1 даден е правоаголниот триаголник  $ABC$  со висина  $CD$ , спуштена од темето  $C$  на правиот агол кон хипотенузата.  
а) Именувај ги сите правоаголни триаголници; б) Кои правоаголни триаголници се слични и зошто?



Цртеж 1

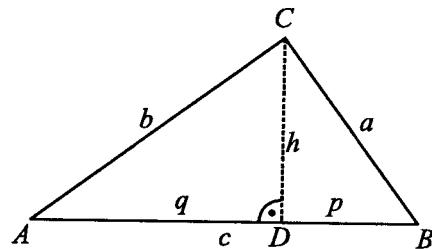
3. На црт. 2 даден е правоаголен триаголник  $ABC$  со катети  $a$  и  $b$  и хипотенуза  $c$ . Нека  $h$  е висината на хипотенузата, а подножјето на висината ја дели хипотенузата на отсечките  $p$  и  $q$ .

а) Од сличноста на  $\Delta ABC$  и  $\Delta CBD$  се добива (дополни):

$$a:p = \underline{\quad} : \underline{\quad}, \text{ т.е. } a^2 = \underline{\quad}$$

б) Од сличноста на  $\Delta ACD$  и  $\Delta ABC$  се добива:

$$b:q = \underline{\quad} : \underline{\quad}, \text{ т.е. } b^2 = \underline{\quad}$$



Цртеж 2

в) Од сличноста на  $\Delta ADC$  и  $\Delta CDB$  се добива:

$$q:h = \underline{\quad} : \underline{\quad}, \text{ т.е. } h^2 = \underline{\quad}$$

4. Пресметај ја непознатата отсечка во правоаголен триаголник  $ABC$  (црт. 2) ако е познато:

а)  $c = 18 \text{ cm}$ ,  $p = 8 \text{ cm}$ ,  $a = ?$       б)  $c = 12 \text{ cm}$ ,  $q = 3 \text{ cm}$ ,  $b = ?$

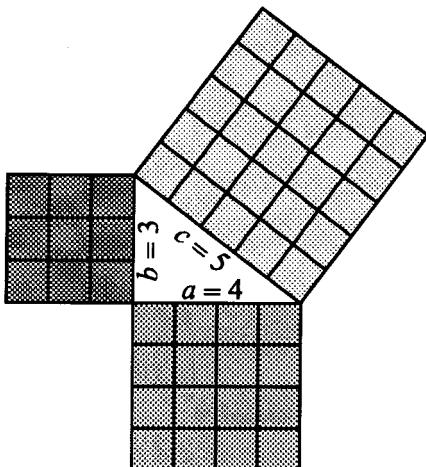
в)  $p = 4,5 \text{ dm}$ ,  $q = 2 \text{ dm}$ ,  $h = ?$

5. Дадено е  $h = 9,6 \text{ cm}$  и  $q = 7,2 \text{ cm}$  во правоаголен триаголник  $ABC$ . Пресметај го  $p$  и катетите  $a$  и  $b$ .

6. Должината на катетата  $a$  во правоаголен триаголник е  $8 \text{ cm}$ , а на хипотенузата  $10 \text{ cm}$ . Пресметај ги отсечките  $p$  и  $q$ .

7. Во правоаголниот триаголник  $ABC$  катетата  $b = 12$  см и хипотенузата  $c = 15$  см. Пресметај ја висината  $h$ .
8. Во правоаголен триаголник  $ABC$  дадена е висината  $h = 2,4$  см, спуштена врз хипотенузата, и проекцијата на  $a$  врз хипотенузата  $p = 3,2$  см. Пресметај ги отсечките:  $q$ ,  $c$ ,  $a$  и  $b$ .
9. Според два дадени елементи на правоаголен триаголник, да се пресметаат другите четири:  
a)  $a = 6$  см,  $p = 3,6$  см;      б)  $b = 7$  см,  $q = 12,8$  см;  
в)  $c = 25$  см,  $p = 16$  см;      г)  $p = 17,2$  см,  $q = 12,8$  см.
- 10\*. Дадени се проекциите  $p = 5$  см на катетата  $a$  врз хипотенузата  $c$  и хипотенузата  $c = 8,2$  см. Пресметај ги висината  $h$  и плоштината  $P$  на правоаголниот триаголник  $ABC$ .
11. Во правоаголен триаголник  $ABC$  се дадени  $p = 8$  см,  $q = 2$  см. Пресметај ја плоштината на триаголникот.
12. Дадени се отсечките  $p = 2\frac{1}{4}$  см,  $q = 4$  см во правоаголен триаголник  $ABC$ . Пресметај го периметарот на триаголникот.
- 13\*. Дадени се должините на тежишната линија  $t_c = 20$  см и катетата  $b = 24$  см. Пресметај ги периметарот и плоштината на правоаголниот триаголник  $ABC$ .
14. Конструирај средна геометриска пропорционала  $x$  на дадените отсечки  $m$  и  $n$  ако е:  
а)  $m = 3$  см,  $n = 4$  см;      б)  $m = 3,6$  см,  $n = 4,4$  см.
15. Конструирај правоаголен триаголник  $ABC$  ако се дадени отсечките  $p = 4$  см и  $q = 6$  см што се проекции од катетите  $a$  и  $b$  врз хипотенузата.
16. Нацртај две отсечки  $a$  и  $b$  со произволна големина. Конструирај трета отсечка  $c$  што е геометриска средина на дадените.

## 2.6. ПИТАГОРОВА ТЕОРЕМА



Квадратот над хипотенузата е еднаков на збирот од квадрите на катетите кај секој правоаголен триаголник, т.е.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

На илустрација е прикажана Питагорова теорема со Египетскиот триаголник

$$5^2 = 4^2 + 3^2$$

$$25 = 16 + 9$$

$$25 = 25$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a^2 = c^2 - b^2 \quad a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b^2 = c^2 - a^2 \quad b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

1. Пресметај ја хипотенузата  $c$  на правоаголен триаголник со катети:

а)  $a = 21 \text{ cm}, b = 20 \text{ cm};$       б)  $a = 5,5 \text{ dm}, b = 4,8 \text{ dm};$

2. Во правоаголен триаголник е дадена хипотенузата  $c$  и катетата  $b$ . Пресметај ја катетата  $a$ :

а)  $c = 25 \text{ cm}, b = 7 \text{ cm};$       б)  $c = 8,5 \text{ cm}, b = 7,7 \text{ cm};$

3. Во правоаголниот триаголник  $ABC$  се дадени катетата  $a$  и хипотенузата  $c$ . Пресметај ја катетата  $b$ :

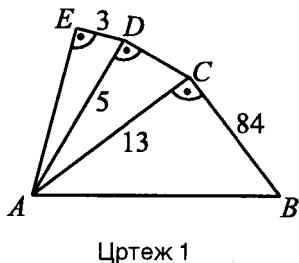
а)  $a = 9 \text{ cm}, c = 15 \text{ cm},$       б)  $a = 3 \text{ cm}, c = 7 \frac{4}{5} \text{ cm}.$

4. Провери дали триаголникот  $ABC$  е правоаголен ако должините на страните се:

а) 15, 36 и 39;    б) 7, 15 и 12;    в)  $12 \frac{1}{2}, 7 \frac{1}{2}$  и 10;    г) 2,4; 4 и 3,2.

5. Двете страни на еден триаголник се  $40\text{ cm}$  и  $41\text{ cm}$ . Одреди ја третата страна на триаголникот за да биде правоаголен.
6. Пресметај го радиусот на описаната кружница кај правоаголниот триаголник  $ABC$  со катети:
- a)  $a = 2,4\text{ dm}$ ,  $b = 1\text{ dm}$ ;      b)  $a = 48\text{ cm}$ ,  $b = 36\text{ cm}$ .
7. Пресметај го периметарот на правоаголен триаголник ако:
- a)  $a = 15\text{ cm}$ ,  $c = 17\text{ cm}$ ;      b)  $c = 6,1\text{ m}$ ,  $b = 1,1\text{ m}$ .
8. Пресметај ја плоштината на правоаголен триаголник ако:
- a)  $a = 24\text{ cm}$ ,  $c = 25\text{ cm}$ ;      b)  $b = 4\text{ dm}$ ,  $c = 8,5\text{ dm}$ ;
- в)  $R = 6,5\text{ cm}$ ,  $a = 12\text{ cm}$ .
9. Пресметај ја висината спуштена кон хипотенузата во правоаголниот триаголник ако се дадени катетите:  $a = 6\text{ cm}$  и  $b = 8\text{ cm}$ .
10. Пресметај ја хипотенузата на рамнокрак правоаголен триаголник со катета  $6\text{ cm}$ .
11. Пресметај ја катетата на рамнокрак правоаголен триаголник со хипотенуза  $17\text{ cm}$ .
- 12.\* Пресметај ја висината на рамнокрак правоаголен триаголник со плоштина  $P = 12,25\text{ dm}^2$ .
- 13.\* Периметарот на описаната кружница околу правоаголен триаголник е  $9,1\pi\text{ cm}$ , а една катета на триаголникот е  $8,4\text{ cm}$ . Пресметај ги периметарот и плоштината на триаголникот.
- 14.\* Плоштината на кругот, описан околу правоаголен триаголник, е  $4\pi\text{ dm}^2$ , а една негова катета е  $3,2\text{ dm}$ . Пресметај го периметарот на триаголникот.
- 15.\* Околу правоаголен триаголник, со катета  $4\text{ dm}$ , описан е круг со радиус  $2,5\text{ dm}$ . За колку е поголема плоштината на кругот од плоштината на правоаголниот триаголник?
- 16.\* Пресметај ја плоштината и периметарот на кругот, описан околу правоаголен триаголник со катети  $6\text{ cm}$  и  $8\text{ cm}$ .
17. Плоштината на правоаголен триаголник е  $30\text{ cm}^2$ , а една негова катета е  $5\text{ cm}$ . Пресметај ја плоштината на кругот описан околу триаголникот.

18. Пресметај го периметарот на фигурата  $ABCDE$  на црт. 1 според податоците на цртежот.



Цртеж 1

- 19\*. Едната катета и хипотенузата на правоаголниот  $\Delta ABC$  се  $30\text{ cm}$  и  $50\text{ cm}$ . Точката  $M$  (внатрешната точка на  $\Delta ABC$ ) е оддалечена  $5\text{ cm}$  од секоја катета. Колкава е оддалеченоста на  $M$  од хипотенузата?

- 20\*. Точката  $M$  (внатрешна точка) во правоаголен триаголник  $ABC$  оддалечена е од катетите на триаголникот  $5\text{ cm}$  и  $12\text{ cm}$ . Колку е оддалечена таа точка од темињата на триаголникот ако катетите се долги  $14\text{ cm}$  и  $48\text{ cm}$ ?

- 21\*. Пресметај ги периметарот и плоштината на правоаголен триаголник ако се дадени една катета и тежишната линија на таа катета:

а)  $a = 8\text{ cm}$ ,  $t = 5\text{ cm}$ ;      б)  $b = 3\text{ cm}$ ,  $t = 2,5\text{ cm}$ .

- 22\*. Пресметај ги плоштината и периметарот на правоаголен триаголник со дадени една катета и висината кон хипотенузата:

а)  $a = 4\text{ dm}$  и  $h = 2,4\text{ dm}$ ;      б)  $b = 6\text{ cm}$  и  $h = 4,8\text{ cm}$ .

- 23\*. Пресметај го периметарот на правоаголен триаголник  $ABC$  со висина  $h_c = 24\text{ cm}$  и тежишна линија  $t_c = 25\text{ cm}$ .

- 24\*. Пресметај ги периметарот и висината  $h_c$  кај правоаголен триаголник со хипотенуза  $c = 20\text{ cm}$  и однос на катетите  $3 : 4$ .

- 25\*. Висината кон хипотенузата во еден правоаголен триаголник го дели правиот агол  $1 : 2$ . Докажи дека подножјето на висината ја дели хипотенузата во однос  $1 : 3$ !

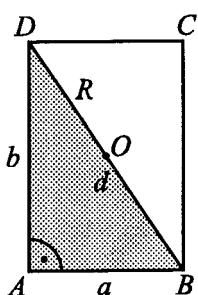
- 26\*. Пресметај го периметарот на правоаголен  $\Delta ABC$  со хипотенуза  $c = 17\text{ cm}$  и висина  $h_c = 8,4\text{ cm}$ .

27. До која висина на еден сид достига скала долга  $3,5\text{ m}$  ако долгниот дел на сидот е оддалечен од скалата  $2,1\text{ m}$ .

- 28\*. Пресметај ја плоштината на триаголникот  $ABC$  ако се дадени аглите  $\gamma = 75^\circ$  и  $\beta = 45^\circ$  и страната  $\overline{AC} = 4\text{ cm}$ .

## 2.7. ПРИМЕНА НА ПИТАГОРОВАТА ТЕОРЕМА

### 2.7.1. ПРИМЕНА НА ПИТАГОРОВАТА ТЕОРЕМА КАЈ ПРАВОАГОЛНИК И КВАДРАТ



$$d^2 = a^2 + b^2 \quad L = 2a + 2b$$

$$R = \frac{d}{2} \quad P = a \cdot b$$

$d$  - дијагонала на правоаголникот

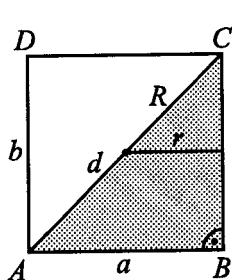
$a, b$  - страни на правоаголникот

$R$  - радиус на описаната кружница

- Пресметај ја дијагоналата на правоаголник, чии страни се:  
 $a = 7,2 \text{ dm}$  и  $b = 2,1 \text{ dm}$ .
- Пресметај го радиусот на описаната кружница околу правоаголник со страна  $a = 8 \text{ cm}$  и  $b = 6 \text{ cm}$ .
- Пресметај ја страната  $b$  на правоаголник со дијагонала  $d = 1,5 \text{ dm}$  и страна  $a = 1,2 \text{ dm}$ .
- Пресметај ја страната  $a$  на правоаголник со дијагонала  $d = 26 \text{ cm}$  и страна  $b = 10 \text{ cm}$ .
- Пресметај ги периметарот и плоштината на правоаголник ако е дадено:  
a)  $b = 24 \text{ cm}$  и  $d = 40 \text{ cm}$ ;      b)  $a = 31,5 \text{ cm}$  и  $d = 32,5 \text{ cm}$ .
- Радиусот на описаната кружница околу правоаголник е  $17,5 \text{ cm}$ , а страната  $a = 21 \text{ cm}$ . Пресметај ги периметарот и плоштината на правоаголникот.
- Периметарот на правоаголник со основа  $12 \text{ cm}$  е  $34 \text{ cm}$ . Пресметај го радиусот на описаната кружница околу правоаголникот.

8. Периметарот на еден правоаголник е  $5,6 \text{ dm}$ , а страната  $b$  е  $12 \text{ cm}$ . Пресметај ја плоштината на кружницата, описана околу правоаголникот.
9. Плоштината на еден правоаголник е  $420 \text{ cm}^2$ , а едната страна е  $35 \text{ cm}$ . Пресметај го периметарот на кружницата описана околу правоаголникот.
10. Плоштината на кругот, описан околу правоаголник, со должина  $4 \text{ dm}$  е  $6,25\pi \text{ dm}^2$ . Пресметај ги периметарот и плоштината на правоаголникот.
- 11\*. Плоштината на круг, описан околу правоаголник, со ширина  $b = 8,4 \text{ cm}$  е  $153,86 \text{ cm}^2$ . За колку проценти е поголема плоштината на кругот од плоштината на правоаголникот?
- 12\*. Периметарот на круг, описан околу правоаголник, со страна  $15 \text{ dm}$  е  $17\pi \text{ dm}$ . Пресметај го периметарот на правоаголникот.
- 13\*. Дијагоналите во правоаголник се сечат под агол  $\varphi = 120^\circ$ . Пресметај ги периметарот и плоштината на правоаголникот со  $d = 10 \text{ cm}$ .
- 14\*. Пресметај ги периметарот и плоштината на правоаголник со страна  $a = 2b$  и дијагонала  $d = 6,5 \text{ cm}$ .
15. Колку се оддалечени темињата  $B$  и  $D$  од дијагоналата  $AC$  на правоаголникот  $ABCD$  со страни  $16 \text{ cm}$  и  $12 \text{ cm}$ ?

\* \* \*



$$d^2 = a^2 + a^2; \quad d = a\sqrt{2} \quad L = 4a$$

$$R = \frac{d}{2}; \quad r = \frac{a}{2} \quad P = a^2 \quad \text{и} \quad P = \frac{d^2}{2}$$

$a$  - страна на квадратот

$d$  - дијагонала на квадратот

$R$  - радиус на описаната кружница на квадратот

$r$  - радиус на впишаната кружница на квадратот

16. Одреди ја должината на дијагоналата кај квадрат со страна:

a)  $a = 1 \text{ dm}$ ;      б)  $a = 1,5 \text{ dm}$ ;      в)  $a = 5\sqrt{2} \text{ cm}$ .

17. Пресметај ја страната на квадрат со дијагонала:

а)  $d = 12 \text{ cm}$ ;      б)  $d = 6\sqrt{2} \text{ cm}$ .

18. Одреди ја дијагоналата на квадрат, чиј периметар е  $20 \text{ cm}$ .

19. Одреди ја плоштината на квадрат, чиј периметар е  $6 \text{ dm}$ .

20. Плоштината на еден квадрат е  $24,5 \text{ dm}^2$ . Одреди ја должината на дијагоналата на квадратот.

21.\* Плоштината на еден квадрат е  $12,5 \text{ dm}^2$ . Пресметај ги радиусот на описаната и радиусот на вписаната кружница во квадратот.

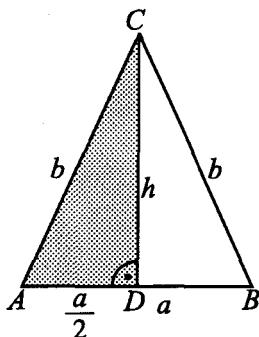
22.\* Отсечката  $BN$  ги поврзува темето  $B$  и средината на страната  $AD$  на квадратот  $ABCD$ . Пресметај ги периметарот и плоштината на квадратот ако  $\overline{BN} = 12 \text{ cm}$ .

23.\* Ако дијагоналата на квадрат  $d = 3,5 \text{ dm}$  се зголеми двапати, колкав ќе биде радиусот на вписаната кружница во квадратот?

24.\* Квадрат и правоаголен триаголник имаат една заедничка страна (не е хипотенузата) и еднакви плоштини по  $100 \text{ cm}^2$ . Пресметај ја разликата на нивните периметри.

25.\* Плоштината на кружниот прстен, добиен од описаната и вписаната кружница во квадрат, е  $25\pi \text{ cm}^2$ . Пресметај ги периметарот и плоштината на квадратот.

## 2.7.2. ПРИМЕНА НА ПИТАГОРОВАТА ТЕОРЕМА КАЈ РАМНОКРАК И РАМНОСТРАН ТРИАГОЛНИК



$$b^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$L = a + 2b$$

$$P = \frac{a \cdot h}{2}$$

*a* - основа на триаголникот

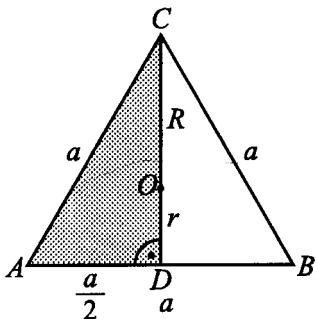
*b* - крак на триаголникот

*h* - висина на триаголникот

- Пресметај ја висината на рамнокрак триаголник ако се дадени основата и кракот:
  - $a = 64 \text{ cm}, b = 68 \text{ cm}$
  - $a = 4,8 \text{ cm}, b = 2,5 \text{ dm}$ .
- Пресметај го кракот на рамнокрак триаголник ако се дадени основата и висината:
  - $a = 14 \text{ cm}, h = 24 \text{ cm}$
  - $a = 3 \text{ cm}, h = 3,6 \text{ cm}$ .
- Пресметај ја основата на рамнокрак триаголник ако се дадени кракот и висината:
  - $b = 13 \text{ cm}, h = 12 \text{ cm}$
  - $b = 7,5 \text{ cm}, h = 4,5 \text{ cm}$ .
- Колкав е периметарот на рамнокрак триаголник со основа  $a = 6,6 \text{ cm}$  и висина  $h = 5,6 \text{ cm}$ .
- Пресметај ја плоштината на рамнокрак триаголник со крак  $b = 4,1 \text{ cm}$  и основа  $a = 8 \text{ cm}$ .
- Пресметај ги периметарот и плоштината на рамнокрак триаголник со крак  $b = 30 \text{ cm}$  и висина  $h = 24 \text{ cm}$ .
- Периметарот на рамнокрак триаголник е  $24,2 \text{ cm}$ , а кракот е  $8,5 \text{ cm}$ . Пресметај ја неговата плоштина.
- Рамнокрак триаголник има плоштина  $7,68 \text{ dm}^2$ , а висина  $2,4 \text{ dm}$ . Пресметај го неговиот периметар.
- Плоштината на рамнокрак триаголник е  $12,6 \text{ cm}^2$ , а основата е  $5,6 \text{ cm}$ . Пресметај го неговиот периметар.

- 10.\* Периметарот на рамнокрациот триаголник  $ABC$  е 64 cm, а основата 14 cm. Пресметај ја плоштината на триаголникот.
- 11.\* Пресметај ја должината на висината, спуштена кон кракот на рамнокрак триаголник, ако  $L = 16$  cm и  $a = 6$  cm.

\* \* \*



$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad R = \frac{a\sqrt{3}}{3}; r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

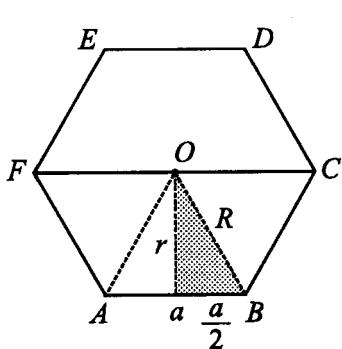
$$L = 3 \cdot a \quad P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

- $h$  - висина на триаголникот  
 $R$  - радиус на описаната кружница на триаголникот  
 $r$  - радиус на вписаната кружница на триаголникот

12. Пресметај ги плоштината, периметарот, висината, радиусот на описаната и радиусот на вписаната кружница во рамностран триаголник со страна  $a = 12$  cm.
13. Пресметај  $h$ ,  $r$ ,  $R$  и  $P$  на рамностран триаголник со периметар  $L=54$  cm.
14. Плоштината на рамностран триаголник е  $9\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>. Пресметај го неговиот периметар.
15. Пресметај ги периметарот и плоштината на рамностран триаголник со висина 12 cm.
16. Во круг со радиус 6,6 cm вписан е рамностран триаголник. Пресметај ги периметарот и плоштината на триаголникот.
17. Кружница, со радиус 10 cm, е вписана во рамностран триаголник. Пресметај ги плоштината и периметарот на триаголникот.
- 18.\* Над една страна од квадрат конструиран е рамностран триаголник. Пресметај ги плоштината и периметарот на фигураната, добиена од квадратот и рамностраниот триаголник, ако дијагоналата на квадратот е 7 cm.

- 19.\* Над секоја страна на рамнотојниот триаголник конструирани се квадрати. Пресметај ги плоштината и периметарот на фигурата ако висината на триаголникот е долга 12 cm.
20. Двокрака молерска скала, со должина од 2,5 m, достига височина од 2,4 m. Колкаво е растојанието меѓу краците на скалата?
21. Шатор е составен од четири рамнокраки триаголници со основа  $a = 2,4$  m и крак  $b = 2$  m. Колку  $m^2$  платно е потребно за тој шатор ако се знае дека 10% оди на отпадок?
22. Пресметај го радиусот на описаната кружница на рамнокрак правоаголен триаголник со плоштина  $P = 1$  dm<sup>2</sup>.
23. Пресметај ги периметарот и плоштината на рамнокрак правоаголен триаголник со висина  $h = 3,5$  cm.
24. Пресметај ги периметарот и плоштината на рамнокрак правоаголен триаголник со дијагонала  $6$  cm и агол меѓу основата и дијагоналата  $60^\circ$ .
- 25.\* Периметарот на рамнокрак триаголник е  $L = 54$  cm, а основата и кракот се однесува како  $8 : 5$ . Пресметај ја плоштината на триаголникот.
- 26.\* Пресметај ги плоштината и периметарот на правоаголник со дијагонала  $6$  cm и агол меѓу основата и дијагоналата  $60^\circ$ .

### 2.7.3. ПРИМЕНА НА ПИТАГОРОВАТА ТЕОРЕМА КАЈ ПРАВИЛЕН ШЕСТАГОЛНИК



$$R = a; \quad r = \frac{a\sqrt{3}}{2} = h_\Delta$$

$$L = 6 \cdot a$$

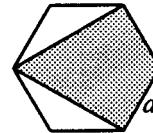
$$P = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$R$  - радиус на описаната кружница

$r$  - радиус на впишана кружница

- Пресметај ја плоштината на правилен шестаголник со страна:  
a)  $a = 2 \text{ dm}$ ; б)  $a = 3,2 \text{ cm}$ .
- Одреди ја страната на правилен шестаголник, чија плоштина е  $259,80 \text{ dm}^2$ .
- Пресметај го периметарот на правилен шестаголник, чија плоштина е  $54\sqrt{3} \text{ cm}^2$ .
- Периметарот на правилен шестаголник е  $24 \text{ cm}$ . Пресметај ја неговата плоштина.
- Пресметај го радиусот на вписаната и радиусот на описаната кружница во правилен шестаголник, чија плоштина е  $24\sqrt{3} \text{ cm}^2$ .
- Во правилен шестаголник, со страна  $a = 4 \text{ cm}$ , впишана е кружница. Пресметај ги периметарот и плоштината на кружницата.

- 7\*. На црт. 1 е даден правилен шестаголник со страна  $a = 3 \text{ cm}$ . Пресметај ги плоштина и периметарот на шрафираната фигура.



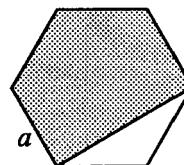
Цртеж 1

- 8\*. Плоштината на кругот, вписан во правилен шестаголник, е  $64\pi \text{ cm}^2$ . Пресметај ги периметарот и плоштината на шестаголникот.

- 9\*. Периметарот на кружницата, описана околу правилен шестаголник, е  $12\pi \text{ dm}$ . Пресметај ја плоштината на кругот вписан во шестаголникот.

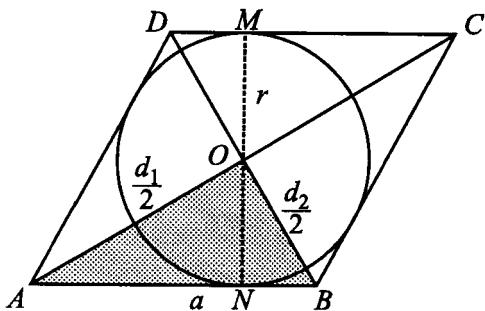
- 10\*. Пресметај ја плоштината на кружниот прстен добиен од описаната и вписаната кружница кај правилен шестаголник со страна  $1 \text{ dm}$ .

- 11\*. Пресметај ја плоштината на шрафириониот дел на правилниот шестаголник со страна  $a = 2 \text{ cm}$  (црт. 2).



Цртеж 2

## 2.7.4. ПРИМЕНА НА ПИТАГОРОВАТА ТЕОРЕМА КАЈ РОМБ



$$a^2 = \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2$$

$$r = \frac{h}{2}; \quad L = 4 \cdot a$$

$$P = a \cdot h \text{ и } P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

$\overline{AC} = d_1$  - голема дијагонала

$\overline{MN} = h$  - висина на ромб

$\overline{BD} = d_2$  - мала дијагонала

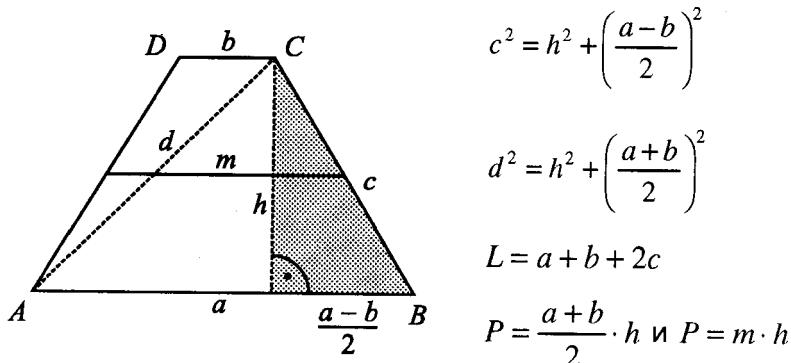
$\overline{MO} = r$  - радиус на вписаната кружница

- Пресметај ја страната на ромб со дијагонали:  
а)  $d_1 = 16 \text{ cm}, d_2 = 12 \text{ cm}$ ;      б)  $d_1 = 9,6 \text{ dm}, d_2 = 11 \text{ dm}$ .
- Пресметај ја дијагоналата  $d_1$  на ромб со страна  $a = 4 \text{ см}$  и дијагонала  $d_2 = 4,8 \text{ см}$ .
- Пресметај ја дијагоналата  $d_2$  на ромб со страна  $a = 2,5 \text{ dm}$  и дијагонала  $d_1 = 1,4 \text{ dm}$ .
- Пресметај ги периметарот и плоштината на ромб со дијагонали:  
а)  $d_1 = 30 \text{ cm}, d_2 = 16 \text{ cm}$ ;      б)  $d_1 = 8 \text{ dm}, d_2 = 1,8 \text{ dm}$ .
- Пресметај ја плоштината на ромб со дадени:  
а)  $a = 25 \text{ cm}, d_1 = 14 \text{ cm}$ ;      б)  $a = 7,3 \text{ dm}, d_2 = 11 \text{ dm}$ .
- Пресметај ја висината на ромб ако се познати:  
а)  $d_1 = 48 \text{ cm}, d_2 = 14 \text{ cm}$ ;      б)  $d_1 = 24 \text{ cm}, a = 20 \text{ cm}$ .
- Пресметај го периметарот на ромб со дадена плоштина и една од дијагоналите:  
а)  $P = 24 \text{ cm}^2, d_2 = 8 \text{ cm}$ ;      б)  $P = 2,4 \text{ dm}^2, d_1 = 1,6 \text{ dm}$ .

8. Пресметај ја висината на ромб со периметар  $20,8 \text{ dm}$  и една дијагонала  $3 \text{ dm}$ .
9. Пресметај го радиусот на вписаната кружница во ромб со периметар  $L = 80 \text{ cm}$  и една дијагонала  $24 \text{ cm}$ .
10. Пресметај ја плоштината на ромб со даден периметар и една дијагонала:
- a)  $L = 34 \text{ dm}$ ,  $d_1 = 2,6 \text{ dm}$ ;      b)  $L = 35,6 \text{ cm}$ ,  $d_2 = 16 \text{ cm}$ .
11. Пресметај ја плоштината на ромб со периметар  $L = 100 \text{ cm}$  и висина  $h = 3,36 \text{ cm}$ .
12. Едната дијагонала на ромб со плоштина  $27 \text{ cm}^2$  е 1,5 пати поголема од другата. Пресметај го периметарот на ромбот.
- 13\*. Отсечките, чии крајни точки се средините на страните на еден ромб, образуваат паралелограм. Пресметај ги периметарот и плоштината на паралелограмот ако ромбот има страна  $5 \text{ cm}$  и една дијагонала  $6 \text{ cm}$ .
14. Ромб, со висина  $4 \text{ cm}$ , и рамностран триаголник имаат еднакви периметри по  $24 \text{ cm}$ . Кој од нив има поголема плоштина и за колку?
- 15\*. Пресметај ги периметарот и плоштината на ромб чија поголема дијагонала е  $6 \text{ cm}$ , а еден агол е  $60^\circ$ .
- 16\*. Пресметај ја помалата дијагонала на ромб со страна  $7 \text{ cm}$  и еден агол  $45^\circ$ .
- 17\*. Над секоја страна на ромб, со страна  $a = 4 \text{ cm}$  и остат агол  $60^\circ$ , конструирани се рамнострани триаголници. Пресметај ги плоштината и периметарот на така добиената фигура.
- 18\*. Пресметај ја висината на ромб ако односот на дијагоналите е  $4 : 3$ , а страната е  $10 \text{ cm}$ .
- 19\*. Во рамнокрак триаголник  $ABC$ , со основа  $a = 12 \text{ cm}$  и крак  $b = 10 \text{ cm}$ , вписан е ромб, чиј еден агол се совпаѓа со аголот кај темето  $A$  на  $\triangle ABC$ . Пресметај ја плоштината на ромбот.
- 20\*. Покусата дијагонала го дели ромбоидот на два правоаголни триаголници. Пресметај ги периметарот и плоштината на ромбоидот, чија висина е  $3,6 \text{ cm}$ , а покусата дијагонала е  $6 \text{ cm}$ .

- 21.\* Едната дијагонала на ромбот е 8 см, а односот на другата дијагонала и страната е  $30 : 17$ . Пресметај ги периметарот и плоштината на ромбот.
- 22.\* Едната дијагонала на ромб е двапати помала од другата дијагонала. Пресметај ја висината на ромбот ако страната е  $a = 10$  см.
- 23.\* Пресметај ја плоштината на четириаголникот, чии темиња се подношјата на висините, спуштени од темето  $D$  врз страните на ромбот и темињата  $B$  и  $D$ , ако се дадени страната  $a = 5$  см и дијагоналата  $\overline{BD} = 6$  см на ромбот.

#### 2.7.5. ПРИМЕНА НА ПИТАГОРОВАТА ТЕОРЕМА КАЈ РАМНОКРАК И ПРАВОАГОЛЕН ТРАПЕЗ



$a$  и  $b$  - основи на трапезот  
 $d$  - дијагонала на трапезот  
 $h$  - висина на трапезот  
 $c$  - крак на трапезот  
 $m$  - средна линија на трапезот

1. Пресметај ја висината на рамнокрачиот трапез ако се познати двете основи и кракот на трапезот:
- а)  $a = 13$  см,  $b = 7$  см,  $c = 5$  см; б)  $a = 2,8$  см,  $b = 1,2$  дм,  $c = 1,7$  дм.

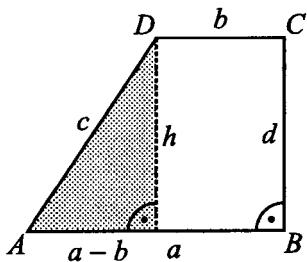
2. Дадени се основите и висината на рамнокрациот трапез. Пресметај го кракот на трапезот ако:
- а)  $a = 10 \text{ cm}$ ,  $b = 2 \text{ cm}$ ,  $h = 3 \text{ cm}$ ; б)  $a = 1,5 \text{ dm}$ ,  $b = 0,5 \text{ dm}$ ,  $h = 1,2 \text{ dm}$ .
3. Пресметај ја основата на рамнокрак трапез ако се дадени:
- а)  $a = 40 \text{ cm}$ ,  $c = 37 \text{ cm}$ ,  $h = 35 \text{ cm}$ ;
- б)  $b = 3,5 \text{ dm}$ ,  $c = 9,7 \text{ dm}$ ,  $h = 7,2 \text{ dm}$ .
4. Паралелните страни на рамнокрак трапез се  $16 \text{ cm}$  и  $10 \text{ cm}$ , а висината  $4 \text{ cm}$ . Пресметај го периметарот на трапезот.
5. Периметарот на рамнокрак трапез е  $78 \text{ cm}$ , а основите  $a = 30 \text{ cm}$  и  $b = 14 \text{ cm}$ . Пресметај ја висината на трапезот.
6. Плоштината на рамнокрак трапез е  $11 \text{ dm}^2$ , а основите се  $7 \text{ dm}$  и  $4 \text{ dm}$ . Пресметај го периметарот на трапезот.
7. Плоштината на рамнокрациот трапез е  $28 \text{ dm}^2$ , поголемата основа  $a = 10 \text{ dm}$  и висината  $4 \text{ dm}$ . Пресметај го периметарот на трапезот.
8. Пресметај ја плоштината на рамнокрак трапез, чиј периметар е  $148 \text{ cm}$ , а основите се  $50 \text{ cm}$  и  $20 \text{ cm}$ .
9. Пресметај ги периметарот и плоштината на рамнокрак трапез ако се дадени основата  $a = 9,7 \text{ dm}$ , кракот  $c = 6,5 \text{ dm}$  и висината  $h = 5,6 \text{ dm}$ .
- 10.\* Пресметај ги периметарот и плоштината на рамнокрак трапез ако се дадени должините на помалата основа  $b = 9 \text{ cm}$ , дијагоналата  $d = 17 \text{ cm}$  и кракот  $c = 10 \text{ cm}$ .
- 11.\* Пресметај ја дијагоналата на рамнокрак трапез со основи  $a = 21 \text{ cm}$ ,  $b = 9 \text{ cm}$  и крак  $c = 10 \text{ cm}$ .
- 12.\* Средната линија на рамнокрак трапез е  $8 \text{ cm}$ , кракот  $6,25 \text{ cm}$  и плоштината  $48 \text{ cm}^2$ . Пресметај го периметарот на трапезот.
- 13.\* Плоштината на рамнокрак трапез е  $26,4 \text{ cm}^2$ , а основите се  $6,9 \text{ cm}$  и  $4,1 \text{ cm}$ . Пресметај ја дијагоналата на трапезот.
- 14.\* Во рамнокрак трапез основите се долги  $12,5 \text{ cm}$  и  $3,5 \text{ cm}$ , а дијагоналата  $10 \text{ cm}$ . Пресметај ги периметарот и плоштината на трапезот.

15. Покривот на една кука е составен од два рамнокраки трапези и два рамнокраки триаголници. Колку  $m^2$  лим е потребно за покривот ако основите на трапезот се  $a = 9\text{ m}$ ,  $b = 4\text{ m}$ , кракот  $c = 6,5\text{ m}$ , а основите на триаголниците се  $6,6\text{ m}$ .

16.\* Пресметај ги плоштината и периметарот на рамнокрак трапез ако се дадени:

a)  $a = 8\text{ cm}$ ,  $b = 3\text{ cm}$ ,  $\alpha = 45^\circ$ ;    b)  $b = 8\text{ cm}$ ,  $c = 6\text{ cm}$ ,  $\gamma = 120^\circ$ ;

\* \* \*



$$c^2 = h^2 + (a - b)^2$$

$$h = d$$

$$L = a + b + c + d$$

$$P = \frac{a+b}{2} \cdot h \text{ и } P = m \cdot h$$

$a, b$  - основи на трапезот

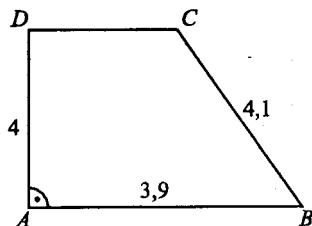
$c$  и  $d$  - краци на трапезот

$d$  - е и висина на трапезот

17. Пресметај ги периметарот и плоштината на правоаголен трапез со основи  $a = 12\text{ cm}$ ,  $b = 9\text{ cm}$  и поголемиот крак  $c = 5\text{ cm}$ .

18. Пресметај ги периметарот и плоштината на трапезот на црт. 1 ползувајќи ги податоците од цртежот.

19. Пресметај ги дијагоналите на правоаголен трапез со основи  $a = 12,5\text{ cm}$ ,  $b = 8\text{ cm}$  и висина  $h = 6\text{ cm}$ .

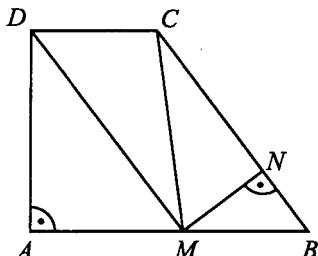


Цртеж 1

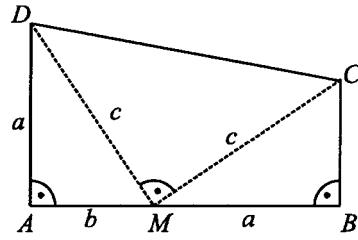
20.\* Правоаголен трапез има помала дијагонала  $20\text{ cm}$  и основи  $42\text{ cm}$  и  $12\text{ cm}$ . Пресметај ги плоштината и периметарот на трапезот.

21. Плоштината на правоаголен трапез е  $12\text{ dm}^2$ , а паралелните страни се  $6\text{ cm}$  и  $2\text{ cm}$ . Пресметај го периметарот на трапезот.

22. Висината на правоаголен трапез е 15 cm, помалата основа 16 cm, а кракот 25 cm. Пресметај ги периметарот и плоштината на трапесот.
- 23.\* Пресметај ја плоштината на трапез со основи  $a = 20$  cm,  $b = 6$  cm и краци  $c = 13$  cm и  $d = 15$  cm.
24. Во квадратот  $ABCD$  со плоштина  $225 \text{ cm}^2$  е повлечена отсечката  $\overline{DS} = 17 \text{ cm}$ ,  $S \in AB$ . Пресметај ги периметарот и плоштината на така добиените делови на квадратот.
25. Два фабрички оџаци се оддалечени 35 m. Висината на првиот е 52 m, а на другиот 40 m. Колку се оддалечени врвовите на оџациите?
- 26.\* Во трапез, со краци 15 cm и 13 cm и една основа 7 cm, вписан е круг. Одреди ја плоштината на кругот.
- 27.\* Пресметај ги плоштината и периметарот на трапезот  $ABCD$ , даден на црт. 2, ако  $\Delta AMD \sim \Delta NMB$  и  $\overline{CM} = 29 \text{ cm}$ ,  $\overline{CN} = 21 \text{ cm}$ ,  $\overline{AD} = 24 \text{ cm}$ ,  $\overline{DM} = 30 \text{ cm}$  и  $DM \parallel CB$ .
- 28.\* Пресметај ја плоштината на трапезот  $ABCD$ , даден на црт. 3, ако е:  $a + b = 14 \text{ cm}$ ,  $c = 10 \text{ cm}$ .



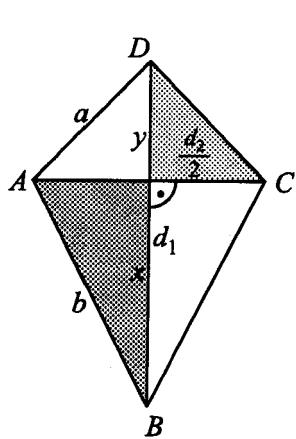
Цртеж 2



Цртеж 3

- 29.\* Пресметај ја висината на рамнокрак трапез ако дијагоналите му се заемно нормални, а плоштината му е еднаква на  $16 \text{ dm}^2$ .
- 30.\* Краците на еден трапез се долги 15 cm и 10 cm, а поголемата основа е 27 cm. Помалата дијагонала го дели трапесот на два слични триаголници. Одреди го периметарот на трапесот.

## 2.7.6. ПРИМЕНА НА ПИТАГОРОВАТА ТЕОРЕМА КАЈ ДЕЛТОИД



$$P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}, \quad a^2 = y^2 + \left( \frac{d_2}{2} \right)^2$$

$$L = 2a + 2b, \quad b^2 = x^2 + \left( \frac{d_1}{2} \right)^2$$

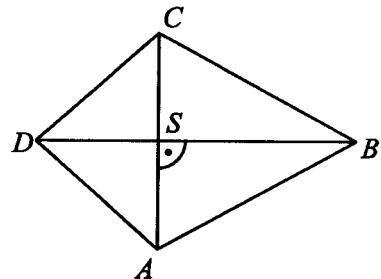
$$d_1 = x + y$$

$d_1$  - поголема дијагонала на делтоидот

$d_2$  - помала дијагонала на делтоидот

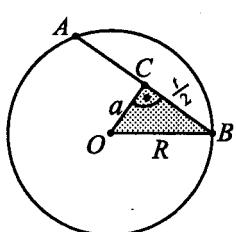
$a, b$  - страни на делтоидот

- Пресметај ја плоштината на делтоид со дијагонали  $d_1 = 20$  см и  $d_2 = 13$  см.
- Пресметај го периметарот на делтоидот на црт. 1 ако  $\overline{AC} = 32$  см,  $\overline{DS} = 12$  см и  $\overline{BS} = 30$  см .
- Страните на еден делтоид имаат должини 18,5 см и 62,5 см. Пресметај ја плоштината на делтоидот ако дијагоналата, што не е симетрала, е 35 см.
- Должината на помалата дијагонала на еден делтоид е 16 см, а должината на неговата помала страна е 17 см. Пресметај го периметарот на делтоидот ако неговата плоштина е  $372 \text{ cm}^2$ .



Цртеж 1

### 2.7.7. ПРИМЕНА НА ПИТАГОРОВАТА ТЕОРЕМА КАЈ КРУГ И КРУЖНИЦА



$$R^2 = a^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2$$

$R$  - радиус на кружницата (кругот)

$\overline{AB} = t$  - тетива на кружницата

$a$  - растојание од центарот на кружницата до тетивата

- Пресметај ги плоштината и периметарот на круг со радиус  $R = 10 \text{ cm}$ .
- Во круг, со радиус  $5 \text{ cm}$ , повлечена е тетива со должина од  $6 \text{ cm}$ . Одреди колку е оддалечена тетивата од центарот на кругот.
- Центарот на еден круг, со радиус  $2,5 \text{ cm}$ , е оддалечен од една негова тетива  $2 \text{ cm}$ . Одреди ја должината на тетивата.
- Тетива, со должина  $12 \text{ cm}$ , е оддалечена од центарот на кругот  $2,5 \text{ cm}$ . Пресметај го радиусот на кругот.
- Во кружница со периметар  $62,8 \text{ cm}$ , е повлечена тетива што е на растојание  $6 \text{ cm}$  од центарот. Пресметај ја должината на тетивата.
- Во круг, со плоштина  $P = 72,25\pi \text{ cm}^2$ , на растојание  $3,6 \text{ cm}$  е повлечена тетива  $AB$ . Пресметај ја должината на тетивата.
- Пресметај го периметарот на круг, во кој е повлечена тетива  $\overline{AB} = 6,4 \text{ dm}$ , која е оддалечена  $2,4 \text{ dm}$  од центарот.
- Во круг, со периметар  $157 \text{ cm}$ , е повлечена тетива чија должина е  $48 \text{ cm}$ . Колкава е оддалеченоста на тетивата од центарот на кругот?
- Во круг, со периметар  $15,7 \text{ cm}$ , се повлечени две паралелни тетиви, чии должини се  $3 \text{ cm}$  и  $4,8 \text{ cm}$ . Колкаво е растојанието меѓу двете тетиви?
- Во полукруг, со дијаметар  $2,5 \text{ dm}$ , е повлечена тетива, паралелна со дијаметарот, чие растојание до центарот е  $7,5 \text{ cm}$ . Одреди ја должината на тетивата.

11. Во кружница, со радиус 4 см, е повлечена тетива што одговара на централен агол од  $60^\circ$ . Одреди на кое растојание е тетивата од центарот.
12. Два складни круга, со радиус 3,9 см, се сечат во точките  $A$  и  $B$ , а нивните центри се оддалечени 7,2 см. Одреди ја должината на заедничката тетива.
13. Две кружници, со периметри  $6\pi$  см и  $8\pi$  см, се сечат, при што заедничката тетива е со должина 4,8 см. Одреди го централното растојание на тие кружници.
14. Радиусите на две концентрични кружници се  $R_1 = 5$  см и  $R_2 = 3$  см. Во поголемата кружница е повлечена тетива што ја допира помалата кружница. Колка е должината на таа тетива?
15. Плоштината на помалиот од два концентрични круга е  $50,24 \text{ cm}^2$ . Пресметај го периметарот на поголемиот круг ако тетивата што го допира помалиот е долга 15 см.
16. Плоштините на два концентрични круга се  $P_1 = 10,89\pi \text{ cm}^2$  и  $P_2 = 42,25\pi \text{ cm}^2$ . Пресметај ја должината на тетивата што го допира помалиот круг.
17. Периметрите на две концентрични кружници се 24,492 см и 55,892 см. Пресметај ја должината на тетивата што ја допира помалата кружница.
- 18\*. Дадени се две концентрични кружници. Тетивата на поголемата кружница, со должина од 6 см, ја допира помалата кружница. Одреди ја плоштината на кружниот прстен.
- 19\*. Една тетива има должина 6 см. Растојанието од тетивата до центарот на кругот е за 1 см помала од радиусот на кругот. Пресметај го радиусот на кругот и оддалеченоста на тетивата од центарот на кругот.
- 20\*. Радиусот на кругот е за 4 см поголем од половината на тетивата, а растојанието од центарот на кругот до тетивата е 6 см. Пресметај ги плоштината и периметарот на кругот.
- 21\*. Дадена е кружница со радиус  $R = 8$  см и точка  $S$ , која е надвор од кружницата. Одреди го растојанието од центарот на кружницата до точката  $S$  ако должината на тангентната отсечка, повлечена ѕд точката  $S$  до кружницата, е за 2 см покуса растојанието од центарот до точката  $S$ .
- 22\*. Во круг, со дијаметар 50 см, е вписан рамнокрак триаголник, чија основа е на растојание 7 см од центарот на кругот. Да се одредат периметарот и плоштината на триаголникот.

- 23.\* Околу рамнокрак триаголник  $ABC$ , со основа  $a = 8$  см, описана е кружница со периметар  $L = 10\pi$  см. Одреди го периметарот на триаголникот.
- 24.\* Во кружница  $k$  се повлечени две паралелни тетиви на различни страни од центарот, со должини 18 см и 24 см. Одреди го радиусот на кружницата ако растојанието меѓу тетивите е 21 см.

### 2.7.8. ПРИМЕНА НА ПИТАГОРОВАТА ТЕОРЕМА ВО КОНСТРУКТИВНИ ЗАДАЧИ

1.\* Дадени се отсечките  $a$  и  $c$ . Конструирај отсечка  $x$ , така што:

$$\text{а) } x = \sqrt{a^2 + c^2}; \quad \text{б) } x = \sqrt{a^2 - c^2} \text{ и } a > c; \quad \text{в) } x = \sqrt{a^2 + 2c^2}.$$

2.\* Дадена е отсечката  $a$  со произволна должина. Конструирај отсечка;

$$\text{а) } x = \sqrt{a^2 + 1}; \quad \text{б) } x = \sqrt{a^2 - 1};$$

3.\* Конструирај отсечка  $x$  ако:

$$\text{а) } x = \sqrt{2}; \quad \text{б) } x = \sqrt{8}; \quad \text{в) } x = \sqrt{3\frac{1}{4}}.$$

4. Дадени се два квадрата со различни страни  $a$  и  $a_1$  ( $a > a_1$ ). Конструирај нов квадрат, чија плоштина е еднаква на:

- а) збирот од плоштините на дадените квадрати;
- б) разликата од плоштините на дадените квадрати.

5.\* Даден е квадрат со произволна плоштина. Конструирај нов квадрат, чија плоштина е:

- а) двапати поголема од плоштината на дадениот квадрат;
- б) двапати помала од плоштината на дадениот квадрат.

6.\* Конструирај квадрат со плоштина еднаква на плоштината на правоаголник со страни  $a = 4$  см и  $b = 3$  см.

