6. ОДДЕЛЕНИЕ

3444. Производот на два трицифрени броеви е запишан само со цифрата 3. Кои се тие броеви?

Решение. Производот на два трицифрени броеви може да биде петцифрен или шестцифрен број. Според тоа, производот на бараните броеви може да биде 33333 или 333333. Броевите 33333 и 333333 ги запишуваме како производи на прости броеви и добиваме $33333 = 3 \cdot 41 \cdot 271$ и $333333 = 3^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37$.

Од $33333 = 3 \cdot 41 \cdot 271$ следува дека бројот 33333 како производот на два трицифрени броја може да се запише на единствен начин и тоа $33333 = 123 \cdot 271$, што значи дека едно решение на задачата се броевите 123 и 271.

Од $333333 = 3^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37$ следува дека бројот 333333 како производ на два трицифрени броеви може да се запише на повеќе начини. Определувањето на овие производи можеме да го направиме, на пример, ако бројот 37 кој е е најголем прост делител на бројот 333333 го комбинираме со останатите прости множители. Имаме

$$333333 = (37 \cdot 11) \cdot (3^2 \cdot 7 \cdot 13) = 407 \cdot 819$$

$$333333 = (37 \cdot 13) \cdot (3^2 \cdot 7 \cdot 11) = 481 \cdot 693$$

$$333333 = (37 \cdot 3 \cdot 7) \cdot (3 \cdot 11 \cdot 13) = 429 \cdot 777$$

што значи дека во овој случај решенија на задачата се: 407 и 819; 429 и 777; 481 и 693.

3445. Определи ги цифрите a, b и c така што збирот на четирицифрените броеви $\overline{a27c}$ и $\overline{13b2}$ е делив со 180.

Решение. Ако збирот на броевите $\overline{a27c}$ и $\overline{13b2}$ е делив со 180, тогаш тој е делив со 10, 4 и 9. Од деливоста со 10 следува дека $c = 8$. Значи, имаме $\overline{a278} + \overline{13b2}$.

Од деливоста со 4 следува дека неговиот двоцифрен завршеток е делив со 4. Овие завршетоци може да бидат 00, 20, 40, 60 и 80, од каде добиваме дека цифрата b може да биде 2, 4, 6, 8 и 0, соодветно.

Ако $b = 2$, тогаш трицифрениот завршеток на $\overline{a278} + \overline{1322}$ е 600, па од деливоста со 9 следува дека $a + 1 = 3$, т.е. $a = 2$. На сличен начин заклучуваме дека:

- ако $b = 4$, тогаш $a = 9$,
- ако $b = 6$, тогаш $a = 7$,
- ако $b = 8$, тогаш $a = 5$ и
- ако $b = 0$, тогаш $a = 4$.

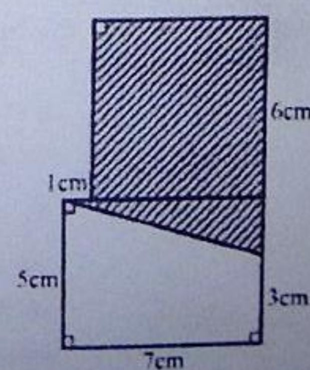
Конечно, бараните тројки (a, b, c) се $(2,2,8), (4,0,8), (5,8,8), (7,6,8), (9,4,8)$.

3446. Определи ги природните броеви a и b за кои важи $a < b$, $ab = 13824$ и $\mathrm{NZD}(a,b) = 24$.

Решение. Од $\mathrm{NZD}(a,b) = 24$ следува дека $a = 24x$ и $b = 24y$, каде $\mathrm{NZD}(x,y) = 1$. Понатаму, заменуваме во $ab = 13824$ и добиваме $24x \cdot 24y = 13824$, т.е. $xy = 24$, каде $\mathrm{NZD}(x,y) = 1$. Но, $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ и како $a < b$ имаме $x < y$, па затоа од $\mathrm{NZD}(x,y) = 1$ и $xy = 24$ следува $x = 1, y = 24$ или $x = 3, y = 8$.

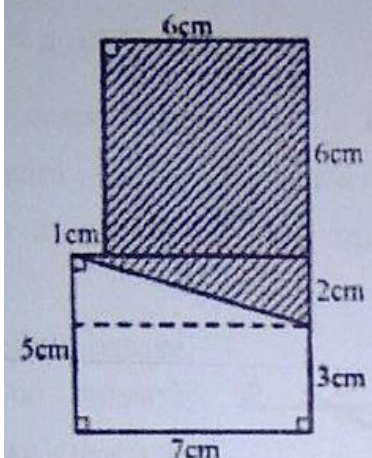
Конечно, бараните броеви се $a = 24, b = 576$ или $a = 72, b = 192$.

3447. Пресметај ја плоштината на штрафираниот дрл на геометриската фигура дадена на цртежот десно?



Решение. Правоаголникот во кој имаме штрафиран триаголник да го поделиме на два правоаголници како што е прикажано на долниот цртеж.

Од дадените должини заклучуваме дека горниот правоаголник е квадрат со должина на страна еднаква на $6cm$, а должините на страните на средниот правоаголник се еднакви на $7cm$ и $2cm$.



Штрафираниот дел од дадената геометриска фигура се состои од квадрат со должина на страна еднаква на $6cm$ и плоштина $6 \cdot 6 = 36cm^2$ и триаголник кој е половина од правоаголни со должини на страни $2cm$ и $7cm$, па затоа плоштината на овој дел од фигурата е еднаква на $\frac{1}{2} \cdot (7 \cdot 2) = 7cm^2$.

Според тоа, плоштината на штарфираниот дел од дадената геометриска фигура е еднаква на

$$36 + 7 = 43cm^2$$