6. ОДДЕЛЕНИЕ

3420. Определи ги сите петцифрени броеви од видот $\overline{a3b2c}$ кои се деливи со 45.

Решение. Еден природен број е делив со 45 ако и само ако е делив со 5 и со 9. Број е делив со 5 ако и само ако цифрата на единиците е 0 или 5. Според тоа, $c=0$ или $c=5$. Понатаму, природен број е делив со 9, ако и само ако збирот на неговите цифри е делив со 9.

Ако $c=0$, тогаш од деливоста со 9 следува дека 9 е делител на $a+b+5$. Но, a и b се цифри, па затоа $a+b+5=9$ или $a+b+5=18$. Сите можности се дадени во следниве табели

a	1	2	3	4
b	3	2	1	0

a	4	5	6	7	8	9
b	9	8	7	6	5	4

Ако $c=5$, тогаш од деливоста со 9 следува дека 9 е делител на $a+b+10$. Но, a и b се цифри, па затоа $a+b+10=18$ или $a+b+10=27$. Сите можности се дадени во следниве табели

a	1	2	3	4	5	6	7	8
b	7	6	5	4	3	2	1	0

a	8	9
b	9	8

Според тоа, постојат 2о петцифрени броеви кои ги задоволуваат условите на задачата и тие се:

13320, 23220, 33120, 43020, 43920, 53820, 63720, 73620, 83520, 93420,
13725, 23625, 33525, 43425, 53325, 63225, 73125, 83025, 83925, 93825.

3421. Збирот на шест последователни природни броеви е 1275. Определи ги сите прости делители на најмалиот од тие броеви.

Решение. Ако x е најмалиот од шесте последователни природни броеви, тогаш важи

$$x+(x+1)+(x+2)+(x+3)+(x+4)+(x+5)=1275$$
$$6x+15=1275$$
$$6x=1260$$
$$x=210.$$

Прости делители на бројот 210 се: 2, 3, 5 и 7.

3422. Реши го бројниот ребус

$$\begin{array}{r} ***7\cdot*** \\ \hline ****6 \\ **203 \\ **7** \\ \hline 4****** \end{array}$$

Решение. Бројот 7 дава цифри на единици 6 и 3 единствено при множење со броевите 8 и 9 соодветно, па затоа вториот множител е од видот $*98$. Понатаму, равенството $***7\cdot 9=**203$ е можно само ако цифрата на десетките на првиот множител е 6, т.е. имаме $**67\cdot 9=**203$, од каде добиваме дека цифрата на стотките на првиот множител мора да е 4, т.е. имаме $*467\cdot 9=**203$. Од досега изнесеното, после соодветните множења и собирања добиваме

$$\begin{array}{r} *467\cdot*98 \\ \hline **736 \\ **203 \\ **7** \\ \hline 4****66 \end{array}$$

Сега, со непосредна проверка се добива дека равенството $*467\cdot*=**7**$ е можно само ако едноцифрениот множител е еднаков на 8, па затоа

$$\begin{array}{r} *467\cdot 898 \\ \hline **736 \\ **203 \\ **736 \\ \hline 4***366 \end{array}$$

Но, цифрата на милионите на производот е 4, па затоа цифрата на илјадите на првиот множител мора да биде поголема од 3, а помала од 6. Конечно, единствени решенија на дадениот броен ребус се

$$\begin{array}{r} 4467\cdot 898 \\ \hline 35736 \\ 40203 \\ 35736 \\ \hline 4011366 \end{array} \quad \text{и} \quad \begin{array}{r} 5467\cdot 898 \\ \hline 43736 \\ 49203 \\ 43736 \\ \hline 4909366 \end{array}$$

3423. Пресметај ја вредноста на изразот $\frac{T\cdot A\cdot L\cdot E\cdot S}{P\cdot I\cdot T\cdot A\cdot G\cdot O\cdot R\cdot A}$ ако секоја буква е едноцифрен број, различните букви претставуваат различни броеви, а еднаквите букви еднакви броеви.

Решение. Дропката содржи 10 различни букви, т.е. десет различни едноцифрени броеви. Според тоа, меѓу броевите во изразот е и бројот 0. Но, нулата не може да биде меѓу множителите во именителот, па затоа таа мора да биде меѓу множителите во броителот. Затоа, вредноста на дадената дропка е еднаква на 0.